第三章 网孔分析法和结点分析法

第一章介绍的**2*b***法，支路电流法和支路电压法可以解决任何线性电阻电路的分析问题。缺点是需要联立求解的方程数目太多，给“笔”算求解带来困难。

在第二章讨论了简单电阻电路分析，不用求解联立方程，就可以求得电路中的某些电压电流。

本章介绍利用独立电流或独立电压作变量来建立电路方程的分析方法，可以减少联立求解方程的数目，适合于求解稍微复杂一点的线性电阻电路，是“笔”算求解线性电阻电路最常用的分析方法。

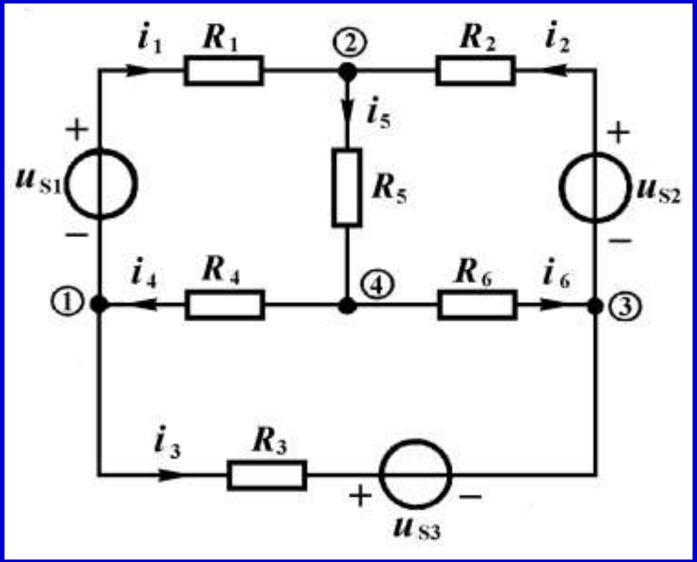
§3—1网孔分析法

在支路电流法一节中已述及，由独立电压源和线性电阻构成的电路，可用*b*个支路电流变量来建立电路方程。在*b*个支路电流中，只有一部分电流是独立电流变量，另一部分电流则可由这些独立电流来确定。若用独立电流变量来建立电路方程，则可进一步减少电路方程数。

对于具有*b*条支路和*n*个结点的平面连通电路来说，它的(b-n+1)个网孔电流就是一组独立电流变量。用网孔电流作变量建立的电路方程，称为网孔方程。求解网孔方程得到网孔电流后，用 KCL方程可求出全部支路电流，再用VCR方程可求出全部支路电压。

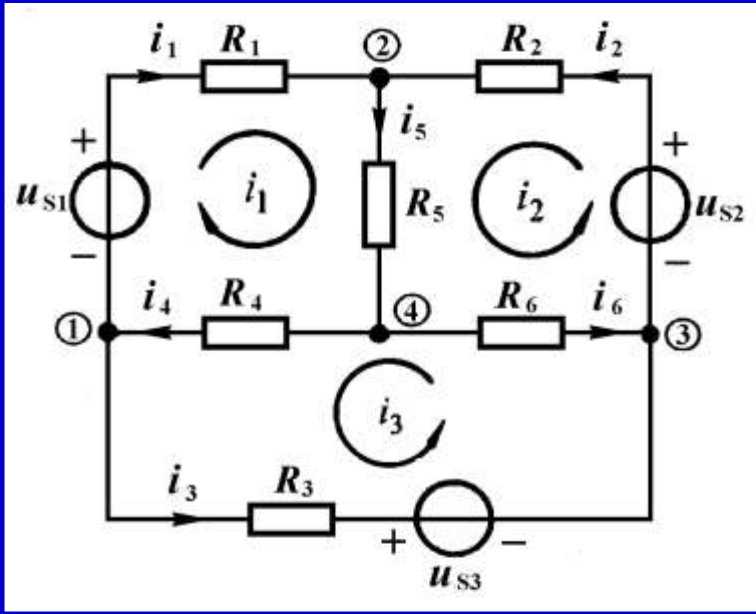
一、网孔电流

若将电压源和电阻串联作为一条支路时，该电路共有6条支路和4个结点。对①、②、③结点写出KCL方程。



$$\begin{cases} i_1 + i_3 - i_4 = 0 \rightarrow i_4 = i_1 + i_3 \\ -i_1 - i_2 + i_5 = 0 \rightarrow i_5 = i_1 + i_2 \\ i_2 - i_3 - i_6 = 0 \rightarrow i_6 = i_2 - i_3 \end{cases}$$

支路电流i_4、i_5和i_6可以用另外三个支路电流i_1、i_2和i_3的线性组合来表示。

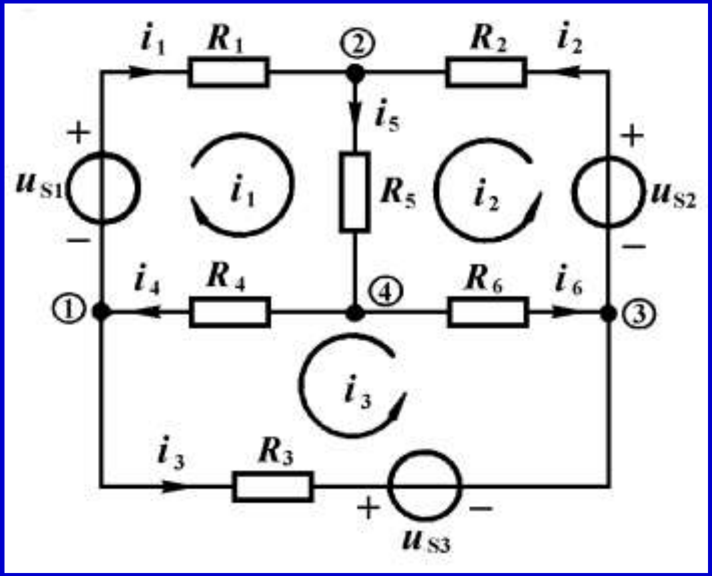


$$\begin{cases} i_1+i_3-i_4=0 \rightarrow i_4=i_1+i_3 \\ -i_1-i_2+i_5=0 \rightarrow i_5=i_1+i_2 \\ i_2-i_3-i_6=0 \rightarrow i_6=i_2-i_3 \end{cases}$$

电流i_4、i_5和i_6是非独立电流，它们由独立电流i_1、i_2和i_3的线性组合确定。这种线性组合的关系，可以设想为电流i_1、i_2和i_3沿每个网孔边界闭合流动而形成，如图中箭头所示。这种在网孔内闭合流动的电流，称为网孔电流。对于具有b条支路和n个结点的平面连通电路来说，共有$(b-n+1)$个网孔电流，<u>它是一组能确定全部支路电流的独立电流变量</u>。

二、网孔方程

以图示网孔电流方向为绕行方向，写出三个网孔的KVL方程分别为：



$$\left.\begin{aligned} R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_4 i_4 &= u_{S1} \\ R_2 i_2 + R_5 i_5 + R_6 i_6 &= u_{S2} \\ R_3 i_3 - R_6 i_6 + R_4 i_4 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\}$$

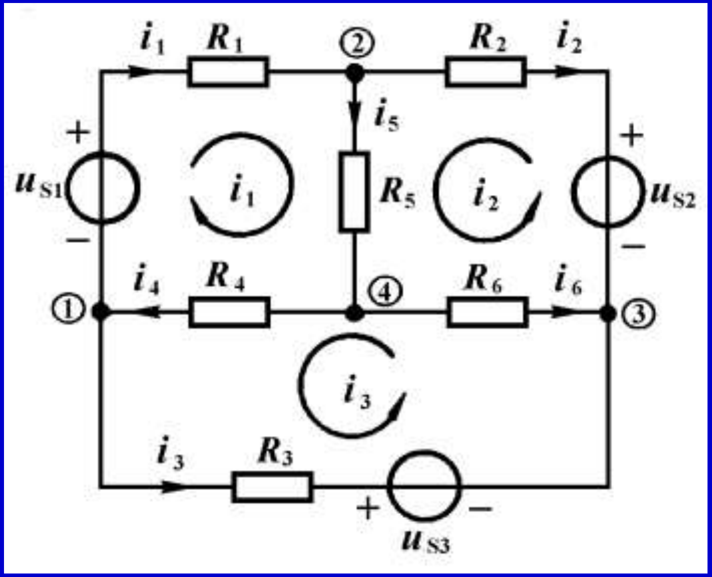
将以下各式代入上式，消去i_4、i_5和i_6后可以得到：

$$i_4 = i_1 + i_3 \quad i_5 = i_1 + i_2 \quad i_6 = i_2 - i_3$$

$$\left.\begin{aligned} (R_1 + R_4 + R_5) i_1 + R_5 i_2 + R_4 i_3 &= u_{S1} \\ R_5 i_1 + (R_2 + R_5 + R_6) i_2 - R_6 i_3 &= u_{S2} \\ R_4 i_1 - R_6 i_2 + (R_3 + R_4 + R_6) i_3 &= -u_{S3} \end{aligned}\right\} \boxed{\text{网孔方程}}$$

将网孔方程写成一般形式：

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= u_{S22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= u_{S33} \end{aligned}\right\}$$



其中R_{11}, R_{22}和R_{33}称为网孔自电阻，它们分别是各网孔内全部电阻的总和。例如$R_{11}= R_1+ R_4+ R_5$, $R_{22}= R_2 + R_5+ R_6$, $R_{33}= R_3+ R_4+ R_6$。

$R_{kj}(k\neq j)$称为网孔k与网孔j的互电阻，它们是两网孔公共电阻的正值或负值。当两网孔电流以相同方向流过公共电阻时取正号，例如$R_{12}= R_{21}= R_5, R_{13}= R_{31}= R_4$。当两网孔电流以相反方向流过公共电阻时取负号，例如$R_{23}= R_{32}=-R_6$。

u_{S11}、u_{S22}、u_{S33}分别为各网孔中全部电压源电压升的代数和。绕行方向由 - 极到 + 极的电压源取正号；反之则取负号。例如$u_{S11}=u_{S1},u_{S22}=u_{S2},u_{S33}=-u_{S3}$。

由独立电压源和线性电阻构成电路的网孔方程很有规律。可理解为各网孔电流在某网孔全部电阻上产生电压降的代数和，等于该网孔全部电压源电压升的代数和。根据以上总结的规律和对电路图的观察，就能直接列出网孔方程。

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= u_{S22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= u_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (3-5)$$

从以上分析可见, 由独立电压源和线性电阻构成电路的网孔方程很有规律。可理解为各网孔电流在某网孔全部电阻上产生电压降的代数和，等于该网孔全部电压源电压升的代数和。根据以上总结的规律和对电路图的观察，就能直接列出网孔方程。由独立电压源和线性电阻构成具有个网孔的平面电路，其网孔方程的一般形式为

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + \cdots + R_{1m}i_m &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + \cdots + R_{2m}i_m &= u_{S22} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ R_{m1}i_1 + R_{m2}i_2 + \cdots + R_{mm}i_m &= u_{Smm} \end{aligned}\right\} \qquad (3-5)$$

三、网孔分析法计算举例

网孔分析法的计算步骤如下：

1．在电路图上标明网孔电流及其参考方向。若全部网孔电流均选为顺时针(或逆时针)方向，则网孔方程的全部互电阻项均取负号。

2．用观察电路图的方法直接列出各网孔方程。

3．求解网孔方程，得到各网孔电流。

4．假设支路电流的参考方向。根据支路电流与网孔电流的线性组合关系，求得各支路电流。

5．用VCR方程，求得各支路电压。

例3－1 用网孔分析法求图3-2电路各支路电流。

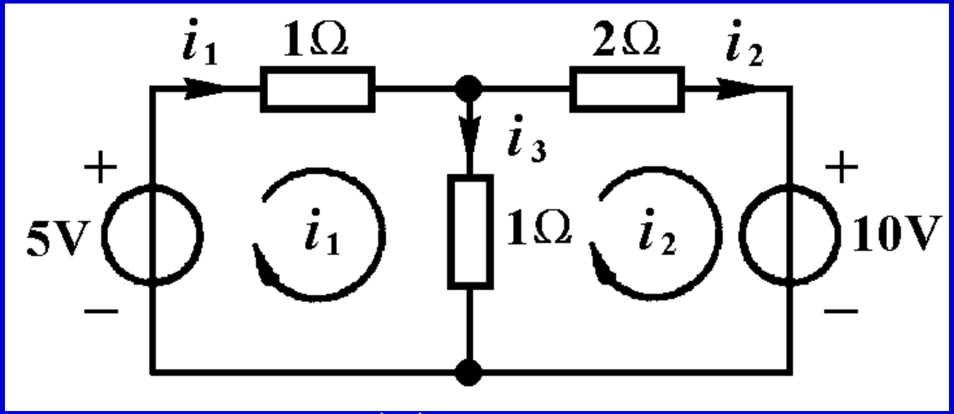


图3－2

解：选定两个网孔电流i_1和i_2的参考方向，如图所示。

用观察电路的方法直接列出网孔方程：

$$\begin{cases}(1\Omega+1\Omega)i_1-(1\Omega)i_2=5\text{V}\\ -1\Omega i_1+(1\Omega+2\Omega)i_2=-10\text{V}\end{cases}$$

整理为

$$\begin{cases}2i_1-i_2=5\text{A}\\ -i_1+3i_2=-10\text{A}\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2i_1 - i_2 = 5\text{A} \\ -i_1 + 3i_2 = -10\text{A} \end{cases}$$

解得：

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -10 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{5}{5}\text{A} = 1\text{A}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}}\text{A} = \frac{-15}{5}\text{A} = -3\text{A}$$

各支路电流分别为i_1=1A, i_2=-3A, $i_3=i_1-i_2$=4A。

例3－2　用网孔分析法求图3－3电路各支路电流。

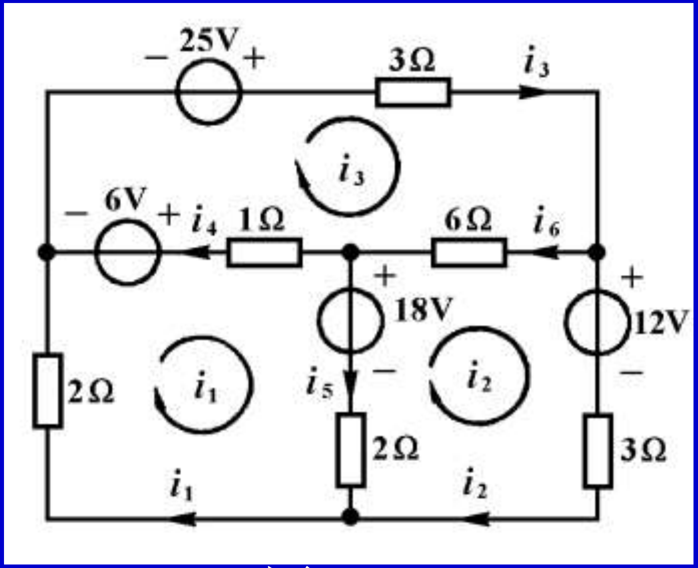


图3－3

解：选定各网孔电流的参考方向，如图所示。

用观察法列出网孔方程：

$$(2\Omega+1\Omega+2\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(1\Omega)i_3=6\text{V}-18\text{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(2\Omega+6\Omega+3\Omega)i_2-(6\Omega)i_3=18\text{V}-12\text{V}$$

$$-(1\Omega)i_1-(6\Omega)i_2+(3\Omega+6\Omega+1\Omega)i_3=25\text{V}-6\text{V}$$

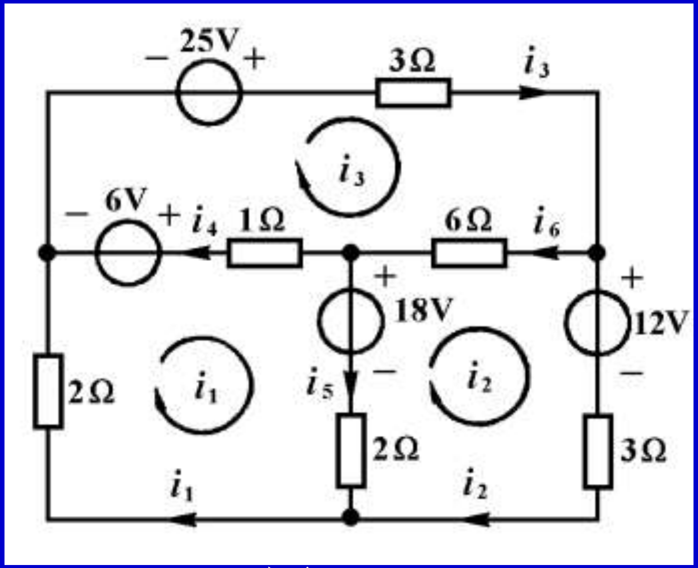


图3—3

整理为

$$5i_1 - 2i_2 - i_3 = -12\text{A}$$

$$-2i_1 + 11i_2 - 6i_3 = 6\text{A}$$

$$-i_1 - 6i_2 + 10i_3 = 19\text{A}$$

解得:

$$i_1 = -1\text{A} \quad i_2 = 2\text{A} \quad i_3 = 3\text{A}$$

$$i_4 = i_3 - i_1 = 4\text{A} \quad i_5 = i_1 - i_2 = -3\text{A} \quad i_6 = i_3 - i_2 = 1\text{A}$$

四、含独立电流源电路的网孔方程

当电路中含有独立电流源时，不能用式(3－5)来建立含电流源网孔的网孔方程。若有电阻与电流源并联单口，则可先等效变换为电压源和电阻串联单口，将电路变为仅由电压源和电阻构成的电路，再用式(3－5)建立网孔方程。

若电路中的电流源没有电阻与之并联，则应增加电流源电压作变量来建立这些网孔的网孔方程。此时，由于增加了电压变量，需补充电流源电流与网孔电流关系的方程。

例3—3 用网孔分析法求图3—4电路的支路电流。

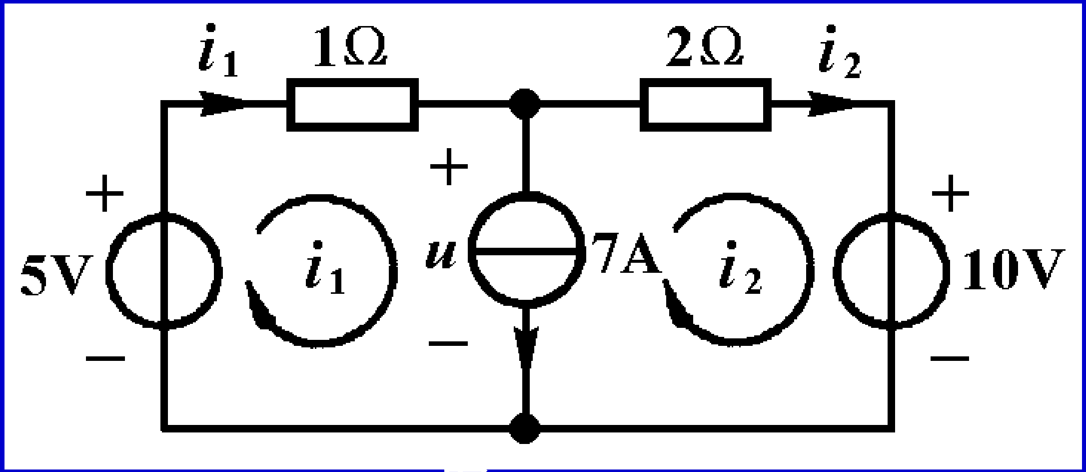


图3—4

解：设电流源电压为u，考虑了电压u的网孔方程为：

$$(1\Omega)i_1 + u = 5\text{V}$$

$$(2\Omega)i_2 - u = -10\text{V}$$

$$i_1 + 2i_2 = -5\text{A}$$

$$i_1 - i_2 = 7\text{A}$$

补充方程 $$i_1 - i_2 = 7\text{A}$$

求解以上方程得到：

$$i_1 = 3\text{A} \quad i_2 = -4\text{A} \quad u = 2\text{V}$$

例3－4　用网孔分析法求解图3－5电路的网孔电流。

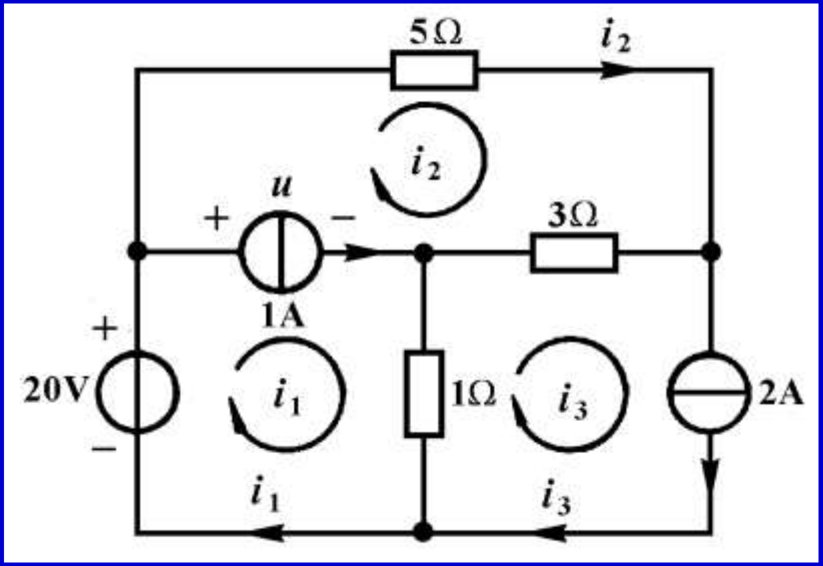


图3－5

解：当电流源出现在电路外围边界上时，该网孔电流等于电流源电流，成为已知量，此例中为i_3=2A。此时不必列出此网孔的网孔方程。

只需计入1A电流源电压u，列出两个网孔方程和一个补充方程：

$$(1\Omega)i_1-(1\Omega)i_3+u=20\text{V}$$
$$(5\Omega+3\Omega)i_2-(3\Omega)i_3-u=0$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$

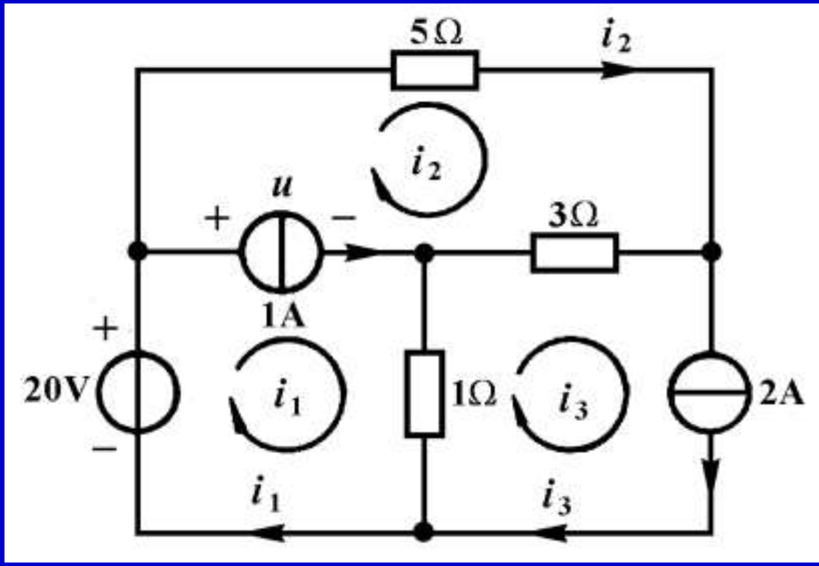


图3—5

代入i_3=2A，整理后得到：

$$i_1+8i_2=28\text{A}$$
$$i_1-i_2=1\text{A}$$

解得 i_1=4A, i_2=3A和i_3=2A。

从此例可见，若能选择电流源电流作为某一网孔电流，就能减少联立方程数目。

科学上没有

平坦的道路可走，

只有不畏艰险的人，

才能攀登到顶峰。


郁金香

§3－2结点分析法

与用独立电流变量来建立电路方程相类似，也可用独立电压变量来建立电路方程。在全部支路电压中，只有一部分电压是独立电压变量，另一部分电压则可由这些独立电压根据KVL方程来确定。若用独立电压变量来建立电路方程，也可使电路方程数目减少。对于具有*n*个结点的连通电路来说，它的(*n*-1)个结点对第*n*个结点的电压，就是一组独

一、结点电压

用电压表测量电子电路各元件端钮间电压时，常将底板或机壳作为测量基准，把电压表的公共端或“–”端接到底板或机壳上，用电压表的另一端依次测量各元件端钮上的电压。测出各端钮相对基准的电压后，任两端钮间的电压，可用相应两个端钮相对基准电压之差的方法计算出来。

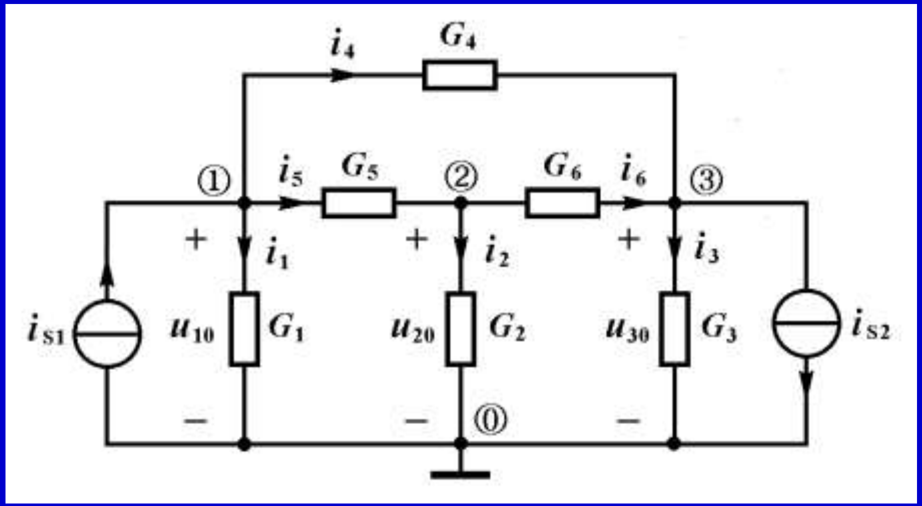


图3—6

例如在图3—6电路中，共有4个结点，选结点0作基准，用接地符号表示，其余三个结点电压分别为u_{10}, u_{20}和u_{30}，如图所示。这些结点电压不能构成一个闭合路径，不能组成KVL方程，不受 KVL约束，是

例如图示电路各支路电压可表示为:

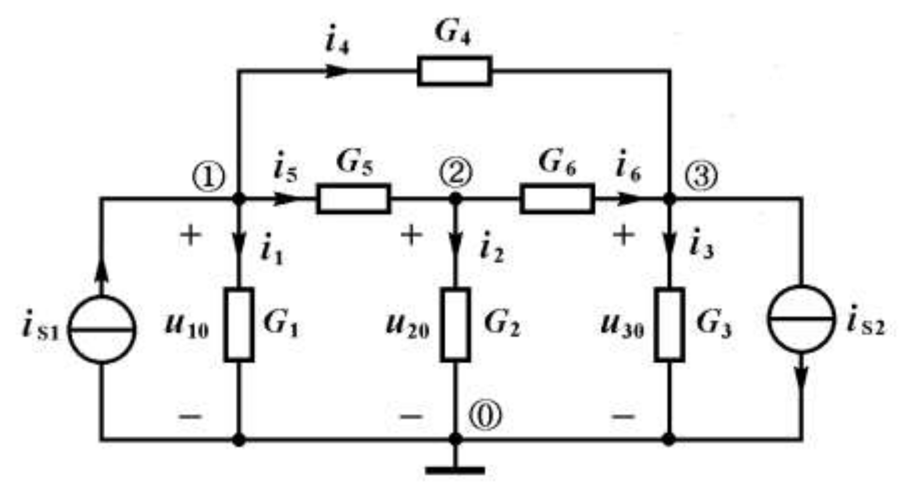


图3－6

$$u_1 = u_{10} = v_1 \qquad u_4 = u_{10} - u_{30} = v_1 - v_3$$

$$u_2 = u_{20} = v_2 \qquad u_5 = u_{10} - u_{20} = v_1 - v_2$$

$$u_3 = u_{30} = v_3 \qquad u_6 = u_{20} - u_{30} = v_2 - v_3$$

二、结点方程

下面以图示电路为例说明如何建立结点方程。

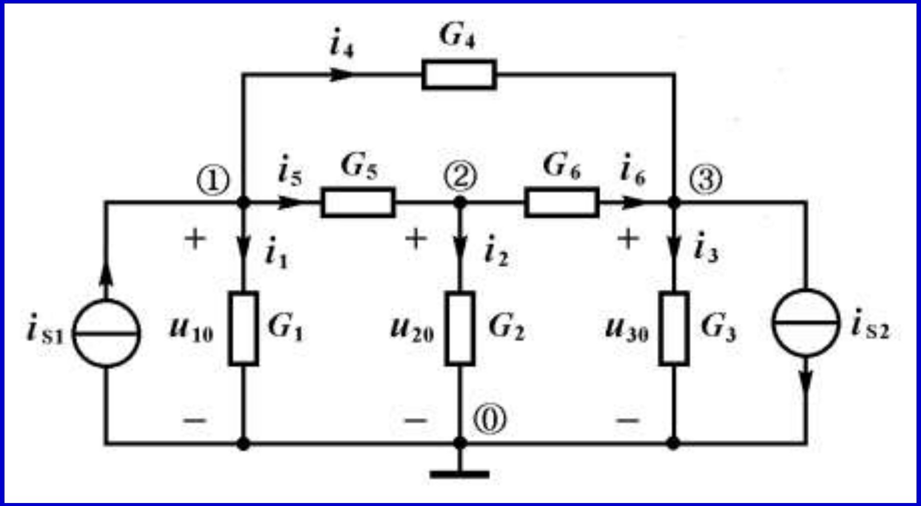
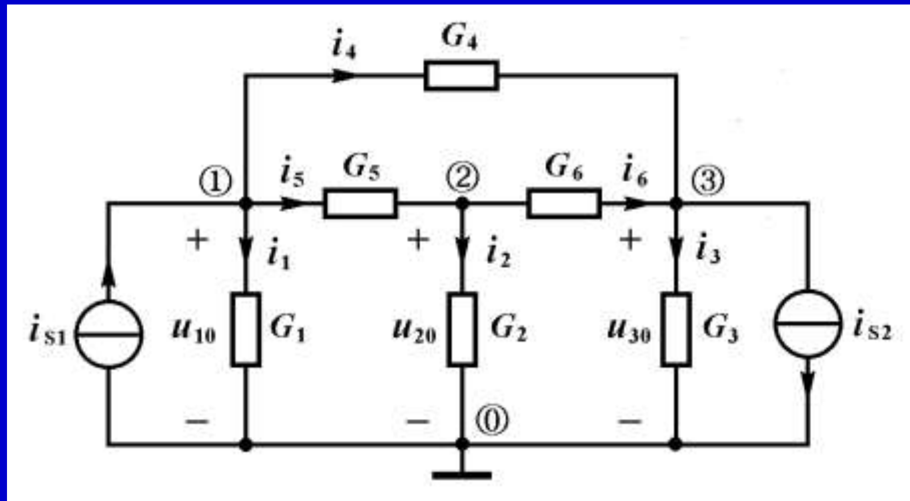


图3－6

对电路的三个独立结点列出

KCL方程：

$$\left.\begin{aligned} i_1+i_4+i_5&=i_{S1}\\ i_2-i_5+i_6&=0\\ i_3-i_4-i_6&=-i_{S2}\end{aligned}\right\}$$



$$\left.\begin{aligned} i_1 + i_4 + i_5 &= i_{S1} \\ i_2 - i_5 + i_6 &= 0 \\ i_3 - i_4 - i_6 &= -i_{S2} \end{aligned}\right\}$$

列出用结点电压表示的电阻

$$i_1 = G_1 v_1 \quad i_2 = G_2 v_2 \quad i_3 = G_3 v_3$$

$$i_4 = G_4(v_1 - v_3) \quad i_5 = G_5(v_1 - v_2) \quad i_6 = G_6(v_2 - v_3)$$

代入KCL方程中，经过整理后得到：

$$\left.\begin{aligned} (G_1 + G_4 + G_5)v_1 - G_5 v_2 - G_4 v_3 &= i_{S1} \\ -G_5 v_1 + (G_2 + G_5 + G_6)v_2 - G_6 v_3 &= 0 \\ -G_4 v_1 - G_6 v_2 + (G_3 + G_4 + G_6)v_3 &= -i_{S2} \end{aligned}\right\} \text{结点方程}$$

写成一般形式

$$\left.\begin{aligned} G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + G_{13}v_3 &= i_{S11} \\ G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + G_{23}v_3 &= i_{S22} \\ G_{31}v_1 + G_{32}v_2 + G_{33}v_3 &= i_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (3-9)$$

其中G_{11}、G_{22}、G_{33}称为结点自电导，它们分别是各结点全部电导的总和。

此例中$G_{11}= G_1+ G_4+ G_5$，

$G_{22}= G_2 + G_5+ G_6$，

$G_{33}= G_3+ G_4+ G_6$。

$$\left.\begin{aligned} G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + G_{13}v_3 &= i_{S11} \\ G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + G_{23}v_3 &= i_{S22} \\ G_{31}v_1 + G_{32}v_2 + G_{33}v_3 &= i_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (3-9)$$

$G_{ij}(i \neq j)$称为结点i和j的互电导,是结点i和j间电导总和的负值，此例中$G_{12}= G_{21}=-G_5$, $G_{13}= G_{31}=-G_4$, $G_{23}= G_{32}=- G_6$。

i_{S11}、i_{S22}、i_{S33}是流入该结点全部电流源电流的代数和。此例中$i_{S11}=i_{S1}$,$i_{S22}=0$,$i_{S33}=-i_{S3}$。

从上可见，由独立电流源和线性电阻构

从上可见，由独立电流源和线性电阻构成电路的结点方程，其系数很有规律，可以用观察电路图的方法直接写出结点方程。

由独立电流源和线性电阻构成的具有n个结点式为：

$$
\left.
\begin{aligned}
&G_{11}v_1+G_{12}v_2+\cdots+G_{1(n-1)}v_{n-1}=i_{S11}\\
&G_{21}v_1+G_{22}v_2+\cdots+G_{2(n-1)}v_{n-1}=i_{S22}\\
&\qquad\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&G_{(n-1)}v_1+G_{(n-1)2}v_2+\cdots+G_{(n-1)(n-1)}v_{n-1}=i_{S(n-1((n-1)}
\end{aligned}
\right\}
$$

三、结点分析法计算举例

结点分析法的计算步骤如下：

1．指定连通电路中任一结点为参考结点，用接地符号表示。标出各结点电压，其参考方向总是独立结点为“ + ”，参考结点为“ － ”。

2．用观察法列出(n-1)个结点方程。

3．求解结点方程，得到各结点电压。

4．选定支路电流和支路电压的参考方

例3—5 用结点分析法求图3-7电路中各电阻

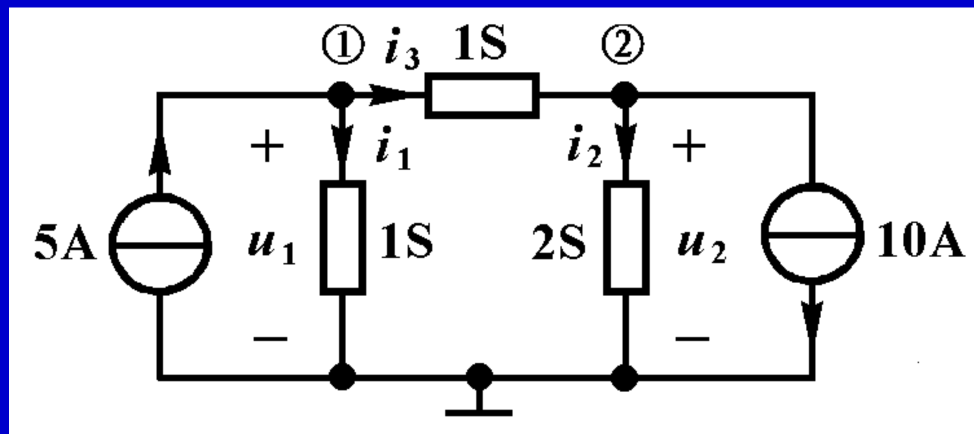


图3—7

解：用接地符号标出参考结点，标出两个结点电压u_1和u_2的参

$$\begin{cases}(1S+1S)u_1-(1S)u_2=5A\\-(1S)u_1+(1S+2S)u_2=-10A\end{cases}$$

观察法列出结点方程：

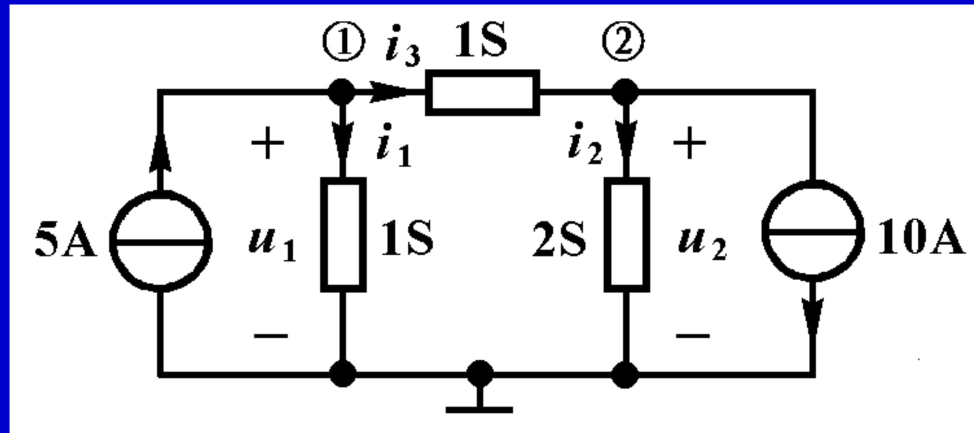


图3－7

整理得 $\begin{cases} 2u_1 - u_2 = 5\text{V} \\ -u_1 + 3u_2 = -10\text{V} \end{cases}$

到：

解得各结点电压为：$u_1 = 1\text{V} \qquad u_2 = -3\text{V}$

选定各电阻支路电流参考方向如图所示

$i_1 = (1\text{S})u_1 = 1\text{A} \quad i_2 = (2\text{S})u_2 = -6\text{A} \quad i_3 = (1\text{S})(u_1 - u_2) = 4\text{A}$

例3－6 用结点分析法求图3-8电路各支路

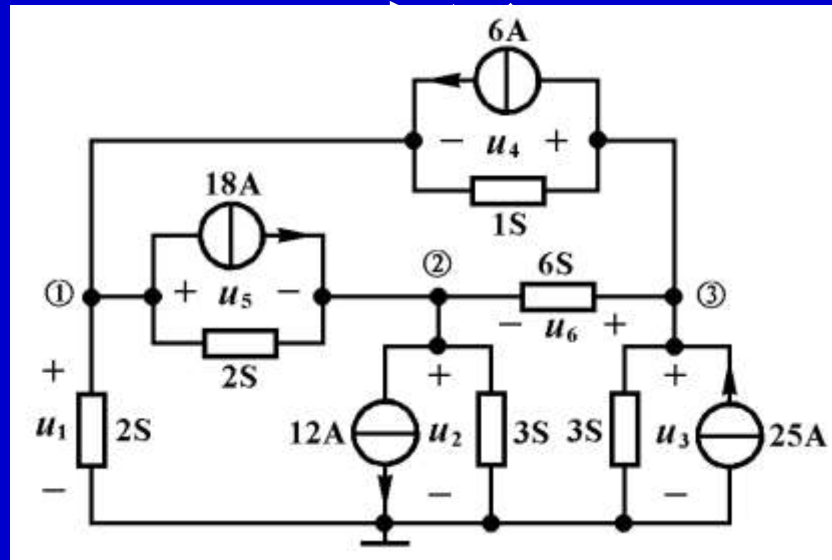


图3－8

解: 参考结点和结点电压如图所示。用观察

法列出三个结

$$(2S+2S+1S)u_1-(2S)u_2-(1S)u_3=6A-18A$$

$$-(2S)u_1+(2S+3S+6S)u_2-(6S)u_3=18A-12A$$

$$-(1S)u_1-(6S)u_2+(1S+6S+3S)u_3=25A-6A$$

$$(2S+2S+1S)u_1-(2S)u_2-(1S)u_3=6A-18A$$

$$-(2S)u_1+(2S+3S+6S)u_2-(6S)u_3=18A-12A$$

$$-(1S)u_1-(6S)u_2+(1S+6S+3S)u_3=25A-6A$$

整理得到:

$$5u_1-2u_2-u_3=-12V$$

$$-2u_1+11u_2-6u_3=6V$$

$$-u_1-6u_2+10u_3=19V$$

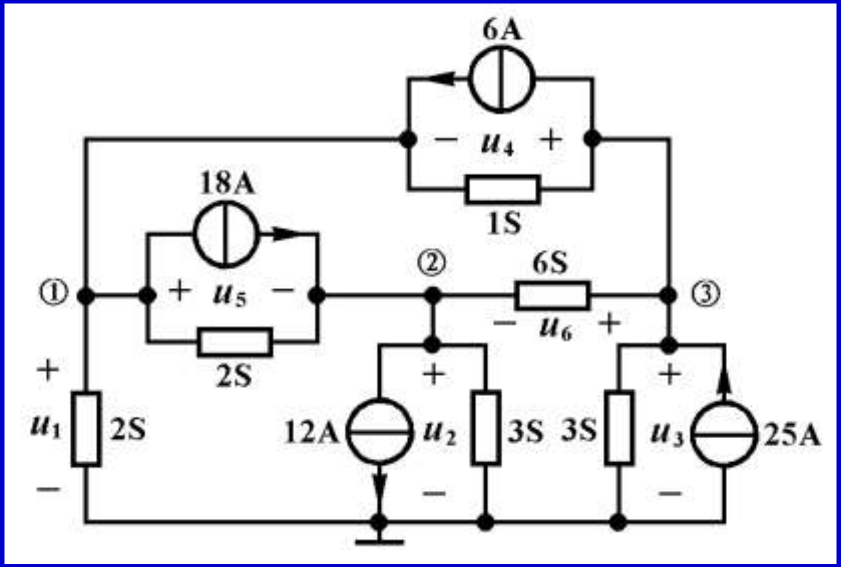


图3—8

解得结点电压

$$u_1=-1V$$

$$u_2=2V$$

$$u_3=3V$$

求得另外三个支路电压

$$u_4=u_3-u_1=4V \quad u_5=u_1-u_2=-3V \quad u_6=u_3-u_2=1V$$

四、含独立电压源电路的结点方程

当电路中存在独立电压源时，不能用式(3－9)建立含有电压源结点的方程，其原因是没有考虑电压源的电流。若有电阻与电压源串联单口，可以先等效变换为电流源与电阻并联单口后，再用式(3－9)建立结点方程。若没有电阻与电压源串联，则应增加电压源的电流变量来建立结点方程。此时，由于增

例3—7 用结点分析法求图3-9(a)电路的电压

u和支路电

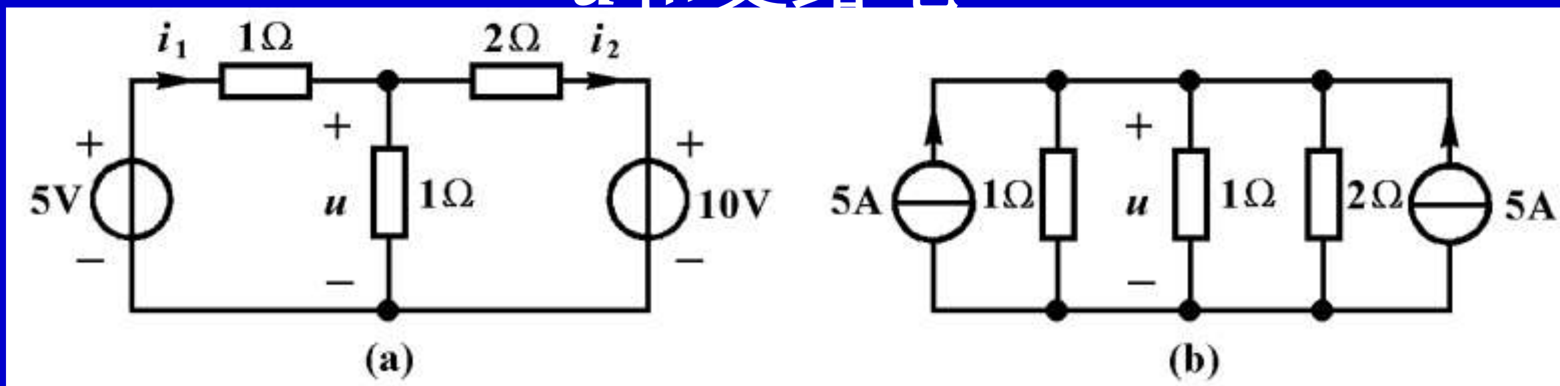


图3—9

解：先将电压源与电阻串联等效变换为电流源

与电阻并联，

如图(b)所示，对结点电压来说，图(b)与

$$(1\mathrm{S}+1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u=5\mathrm{A}+5\mathrm{A}$$

图(a)等效。

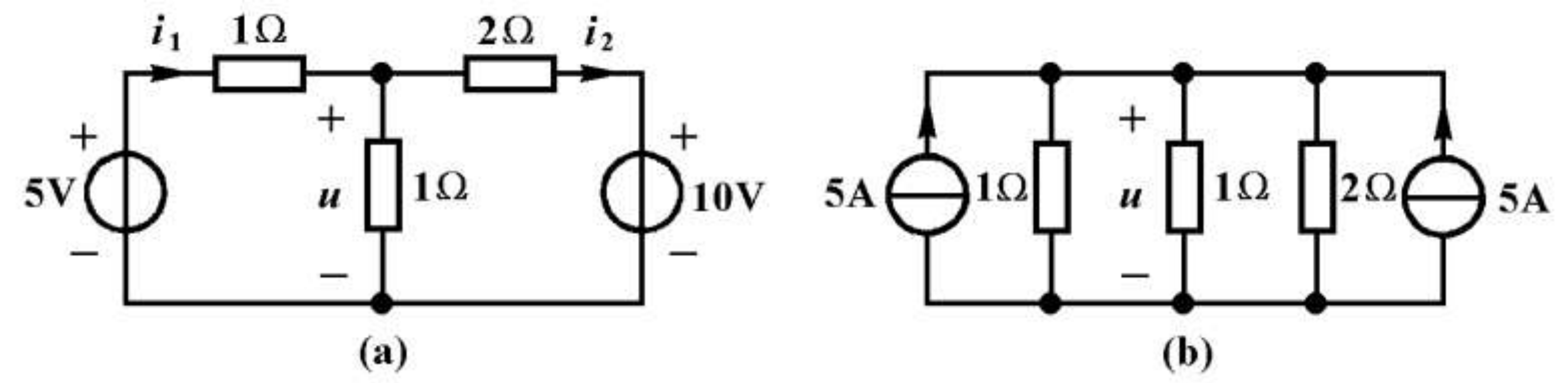


图3－9

$$(1\text{S}+1\text{S}+0.5\text{S})u=5\text{A}+5\text{A}$$

解得

$$u=\frac{10\text{A}}{2.5\text{S}}=4\text{V}$$

按照图(a)电路可求得电流i_1和i_2

$$i_1=\frac{5\text{V}-4\text{V}}{1\Omega}=1\text{A} \qquad i_2=\frac{4\text{V}-10\text{V}}{2\Omega}=-3\text{A}$$

例3－8 用结点分析法求图3-10所示电路的结

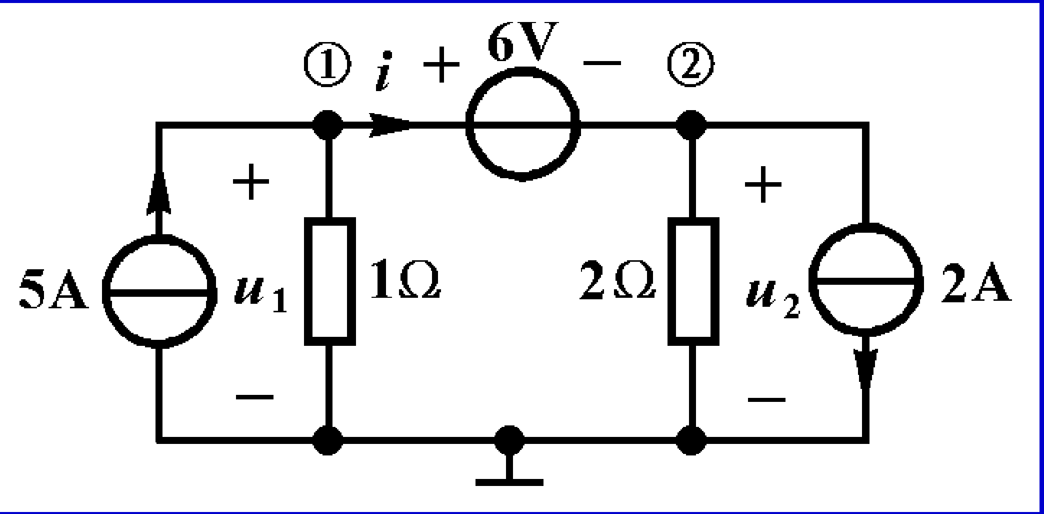


图3－10

解：选定6V电压源电流i的参考方向。计入

电流变量i 列出

$$(1\mathrm{S})u_1 + i = 5\mathrm{A}$$

$$(0.5\mathrm{S})u_2 - i = -2\mathrm{A}$$

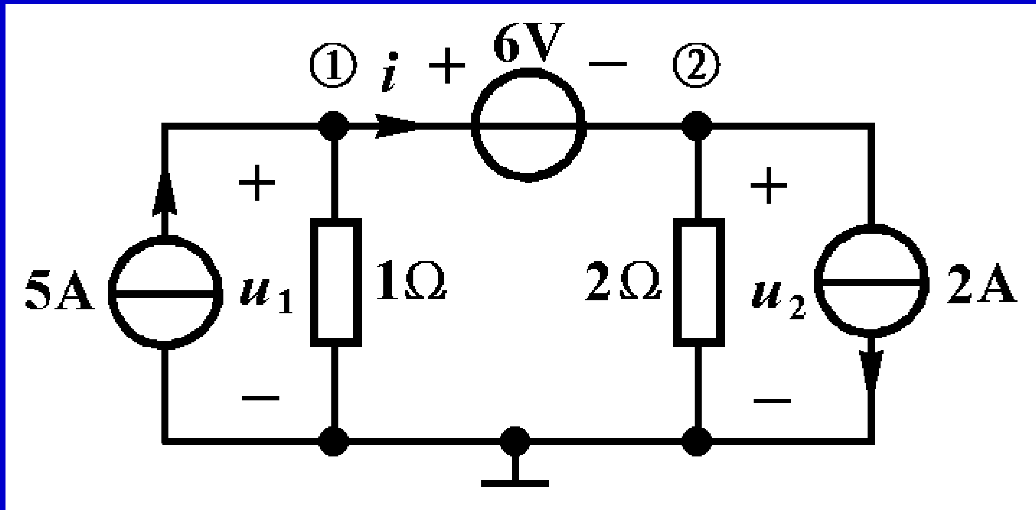


图3－10

$$(1S)u_1 + i = 5A$$

$$(0.5S)u_2 - i = -2A$$

补充方程

$$u_1 - u_2 = 6V$$

解得

$$u_1 = 4V, u_2 = -2V, i = 1A$$

这种增加电压源电流变量建立的一组电路方程，称为改进的结点方程(modified node equation)。它扩大了结点方程适用的

例3—9 用结点分析法求图3-11电路的结点电

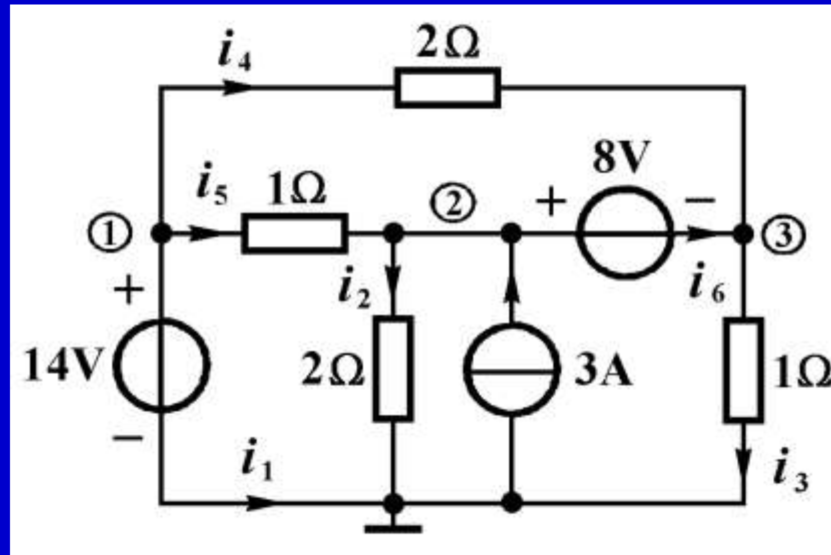


图3—11

解：由于14V电压源连接到结点①和参考结点之间，结点 ①的

结点电[illegible]以不列出

$$-(1\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_2+i=3\mathrm{A}$$

$$-(0.5\mathrm{S})u_1+(1\mathrm{S}+0.5\mathrm{S})u_3-i=0$$

$$-(1S)u_1 + (1S + 0.5S)u_2 + i = 3A$$

$$-(0.5S)u_1 + (1S + 0.5S)u_3 - i = 0$$

补充

方程 $u_2 - u_3 = 8V$

代入u_1=14V，整理得

$$\begin{cases} 1.5u_2 + 1.5u_3 = 24V \\ u_2 - u_3 = 8V \end{cases}$$

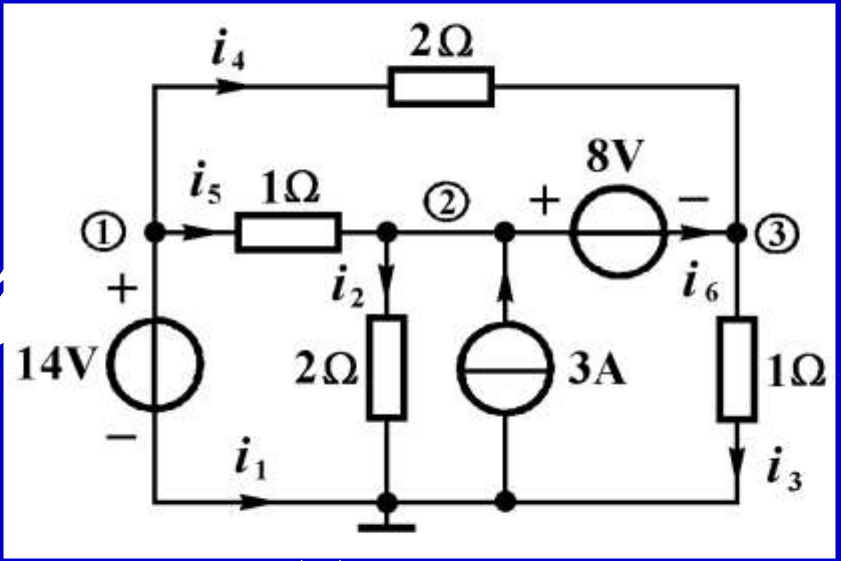


图3－11

解得:

$$u_2 = 12V \quad u_3 = 4V \quad i = -1A$$


郁金香

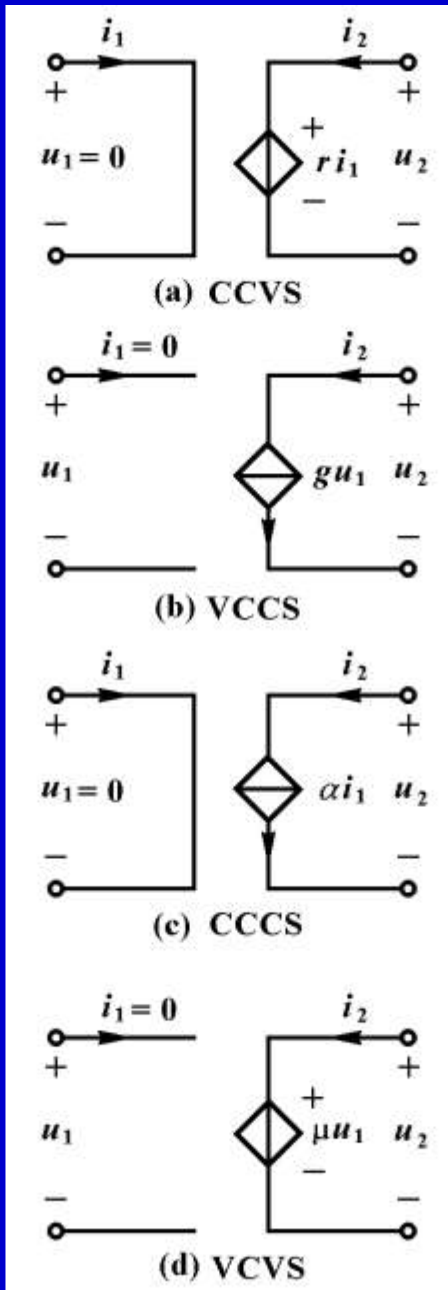
§3—3 含受控源的电路分析

在电子电路中广泛使用各种晶体管、运算放大器等多端器件。这些多端器件的某些端钮的电压或电流受到另一些端钮电压或电流的控制。为了模拟多端器件各电压、电流间的这种耦合关系，需要定义一些多端电路元件(模型)。

本节介绍的受控源是一种非常有用的电

一、受控源

受控源又称为非独立源。一般来说，一条支路的电压或电流受本支路以外的其它因素控制时统称为受控源。受控源由两条支路组成，其第一条支路是控制支路，呈开路或短路状态；第二条支路是受控支路，它是一个电压源或电流源，其电压或电流的量值受第一条支路电压或电流的控制。



每种受控源由两个线性代数方程来描述：

$$\text{CCVS:}\quad \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = ri_1 \end{cases} \qquad (3-10)$$

r具有电阻量纲，称为转移电阻。

$$\text{VCCS:}\quad \begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = gu_1 \end{cases} \qquad (3-11)$$

g具有电导量纲，称为转移电导。

$$\text{CCCS:}\quad \begin{cases} u_1 = 0 \\ i_2 = \alpha i_1 \end{cases} \qquad (3-12)$$

α无量纲，称为转移电流比。

$$\text{VCVS:}\quad \begin{cases} i_1 = 0 \\ u_2 = \mu u_1 \end{cases} \qquad (3-13)$$

μ亦无量纲，称为转移

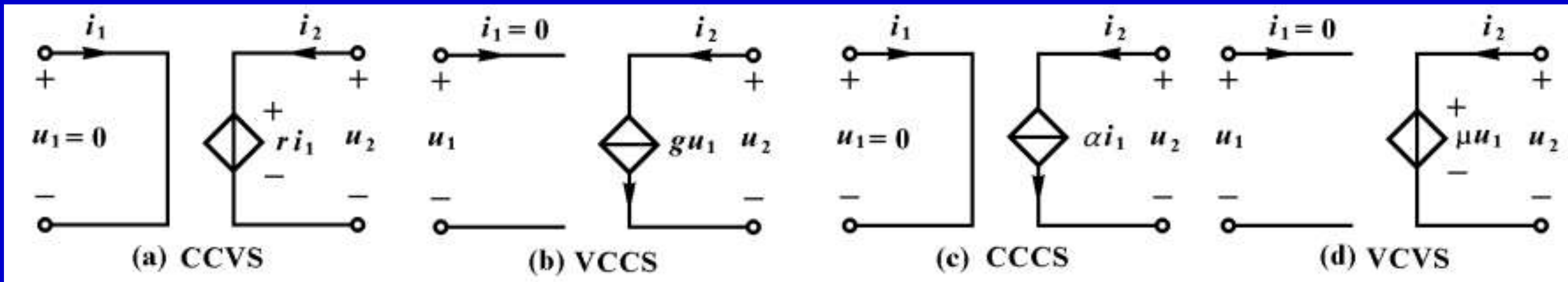


图3－12

当受控源的控制系数r、g、α和μ为常量时，它们是时不变双口电阻元件。本书只研究线性时不变受控源，并采用菱形符号来表示受控源(不画出控制支路)，以便与独立电源相区别。

受控源与独立电源的特性完全不同

独立电源是电路的输入或激励，它为电路提供按给定时间函数变化的电压和电流，从而在电路中产生电压和电流。

受控源则描述电路中两条支路电压和电流间的一种约束关系，它的存在可以改变电路中的电压和电流，使电路特性发生变化。

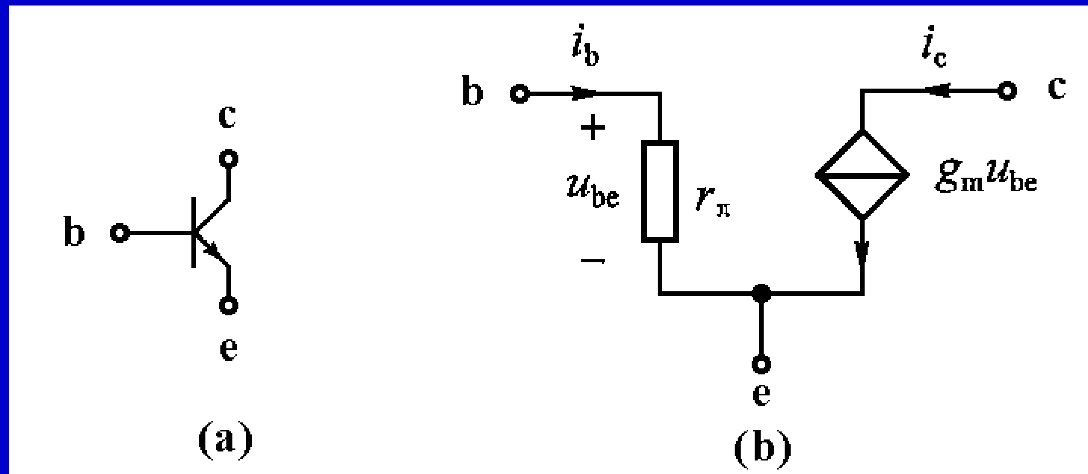


图3－13

图(a)所示的晶体管在一定条件下可以用图(b)所示的模型来表示。这个模型由一个受控源和一个电阻构成，这个受控源受与电阻并联的开路电压控制，控制电压是u_{be}，受控源的控制系数是转移电导g

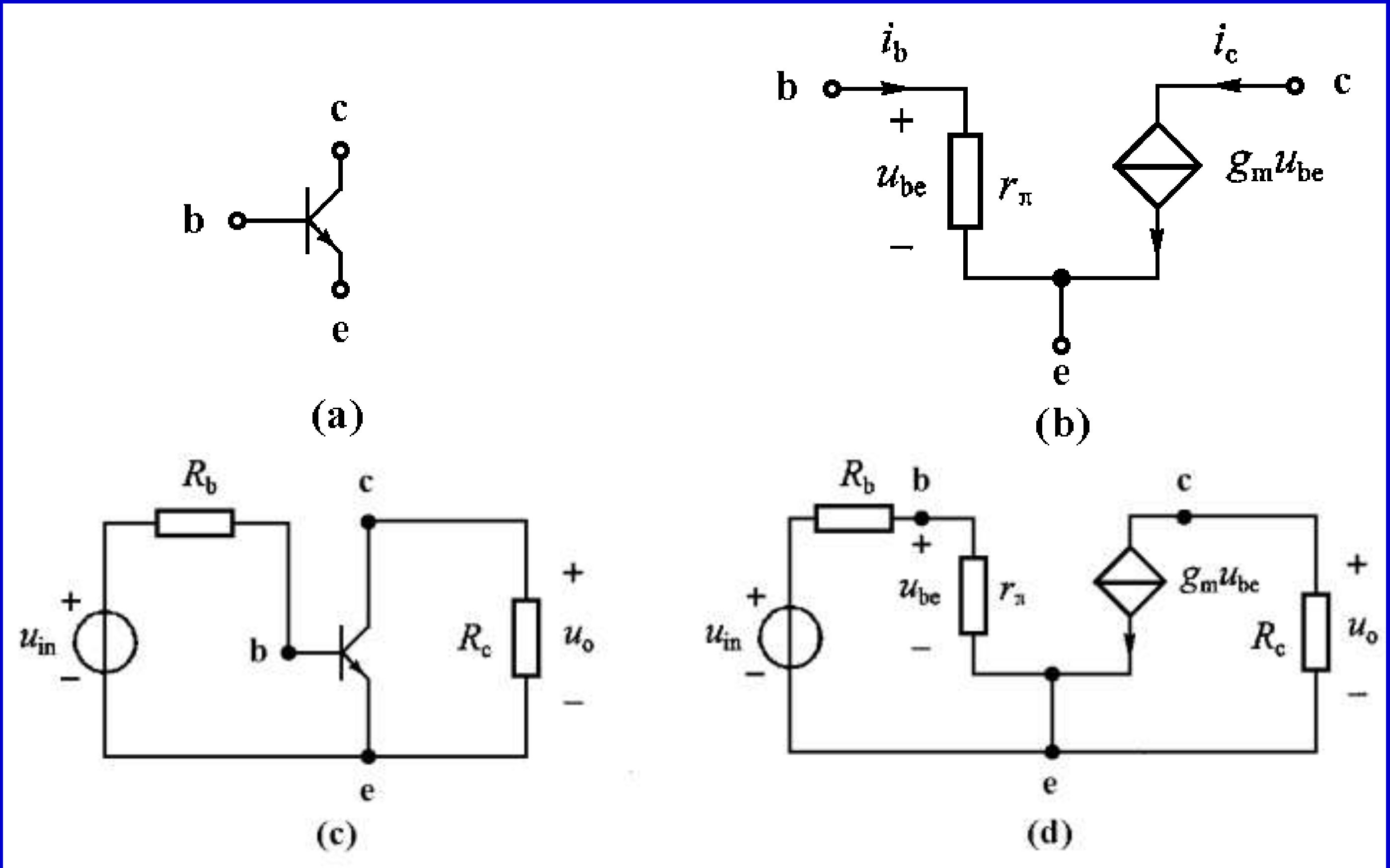


图3－13

图(d)表示用图(b)的晶体管模型代替图(c)电路中的晶体管所得到的一个电路模型。

二、含受控源单口网络的等效电路

在本章第一节中已指明，由若干线性二端电阻构成的电阻单口网络，就端口特性而言，可等效为一个线性二端电阻。

由线性二端电阻和线性受控源构成的电阻单口网络，就端口特性而言，也等效为一个线性二端电阻，其等效电阻值常用外加独立电源计算单口VCR方程的方法求得。现举

例3－10 求图3-14(a)所示单口网络的等效

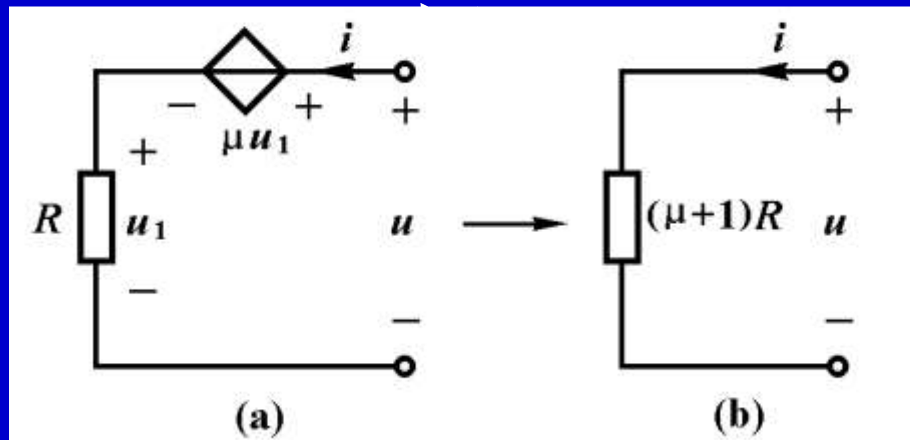


图3－14

解: 设想在端口外加电流源*i*，写出端口电压

$$u = \mu u_1 + u_1 = (\mu + 1)u_1 = (\mu + 1)Ri = R_o i$$

求得单口的等效电

阻 $$R_o = \frac{u}{i} = (\mu + 1)R$$

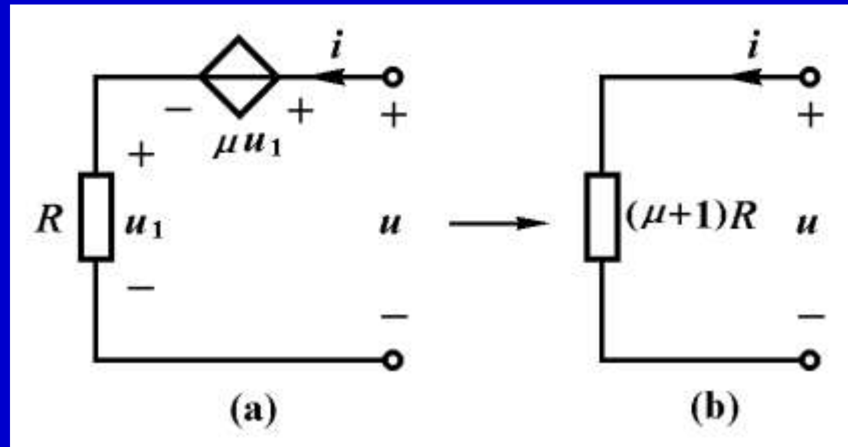


图3－14

求得单口的等效电阻 $R_o = \dfrac{u}{i} = (\mu + 1)R$

由于受控电压源的存在，使端口电压增加了$\mu u_1=\mu Ri$，导致单口等效电阻增大到$(\mu+1)$倍。若控制系数$\mu=-2$，则单口等效电阻$R_o=-R$，这表明该电路可将正电阻变换为

例3－11 求图3-15(a)所示单口网络的等效

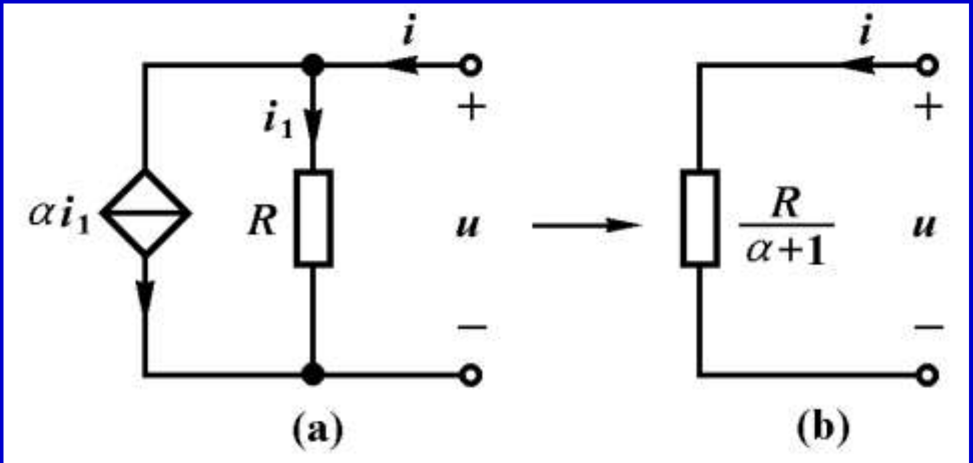


图3－15

解：设想在端口外加电压源u，写出端口电

$$i = \alpha i_1 + i_1 = (\alpha+1) i_1 = \frac{\alpha+1}{R} u = G_o u$$

由此求得单口的等效电

导为$G_o = \dfrac{i}{u} = (\alpha+1)G$

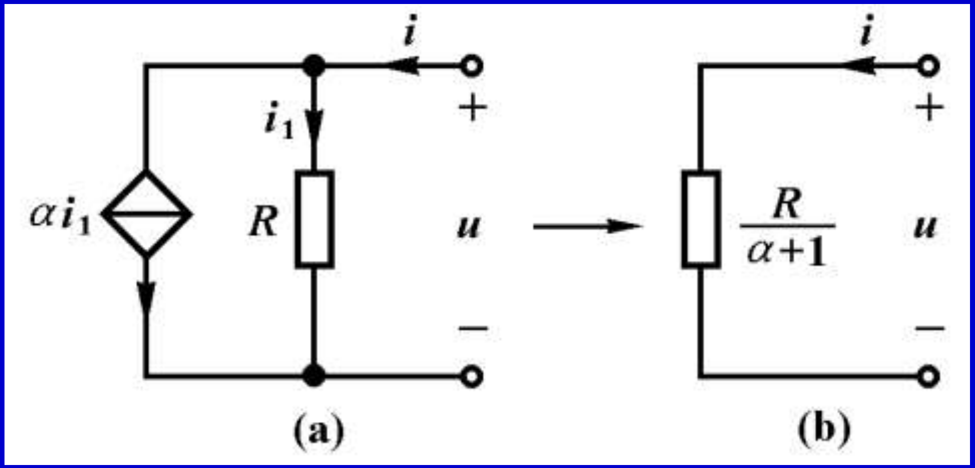


图3－15

由此求得单口的等效电

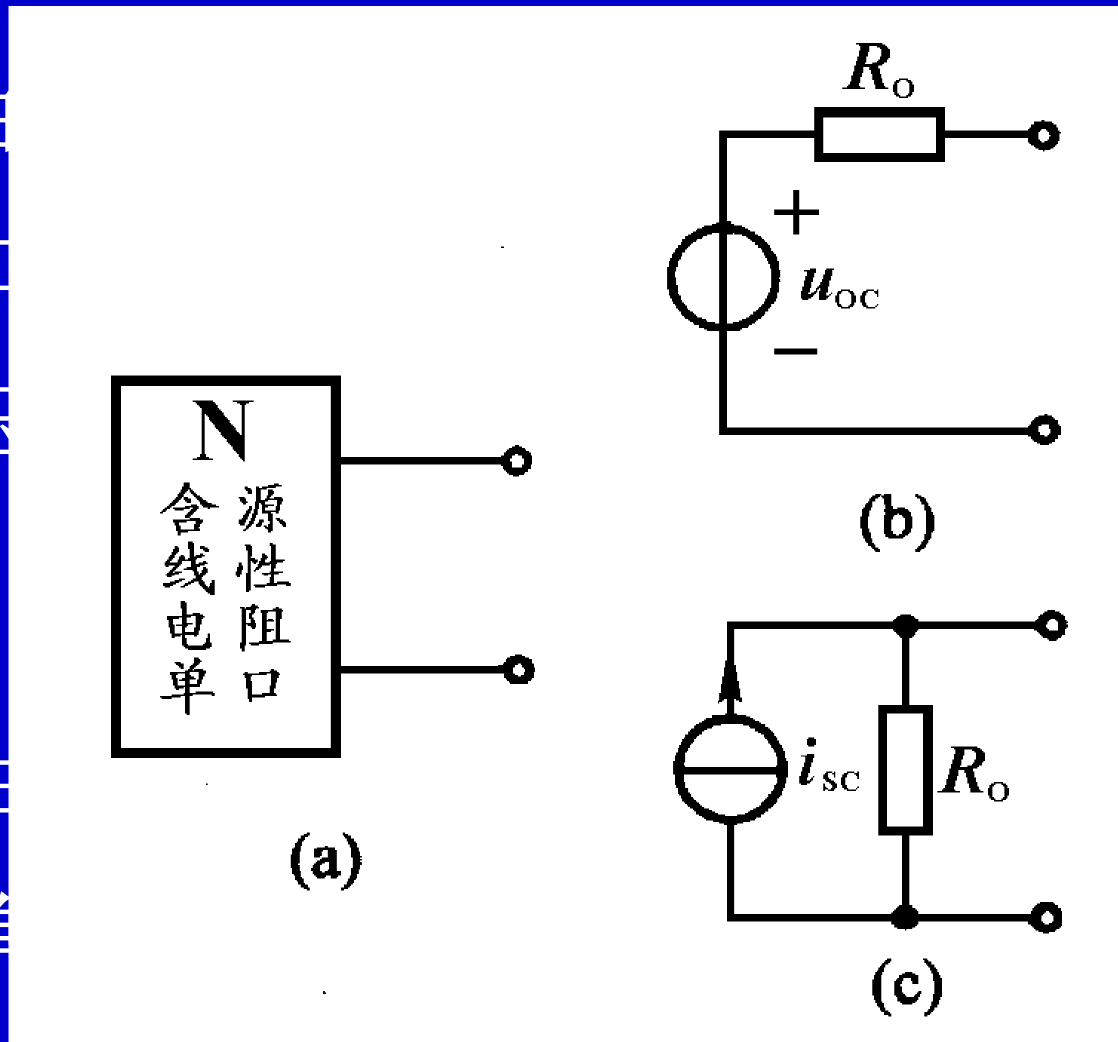
导为$G_o = \dfrac{i}{u} = (\alpha+1)G$

该电路将电导G增大到原值的$(\alpha+1)$倍或将电阻$R=1/G$变小到原值的$1/(\alpha+1)$倍，若$\alpha=-2$，则$G_0=-G$ 或$R_0=-R$，这表明该电路也

由　　口网络，

就端口　　性电阻

和电压　　线性电



由　　电源构

成的单　　以等效

为一个线性电阻和电压源的串联单口，或等

效为一个线性电阻和电流源的并联单口。

例3－12 求图3-16(a)所示单口网络的等效电

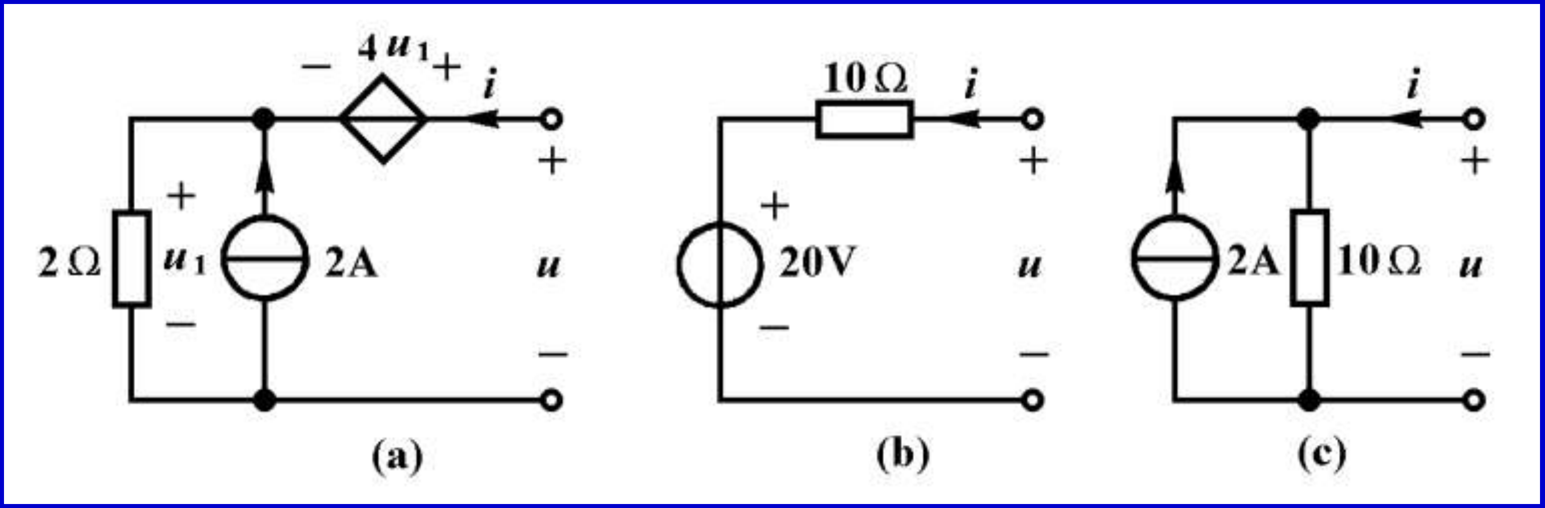


图3－16

解：用外加电源法，求得单口VCR方

$$u = 4u_1 + u_1 = 5u_1$$

其 $u_1 = (2\Omega)(i + 2\text{A})$

中得: $u = (10\Omega)i + 20\text{V}$

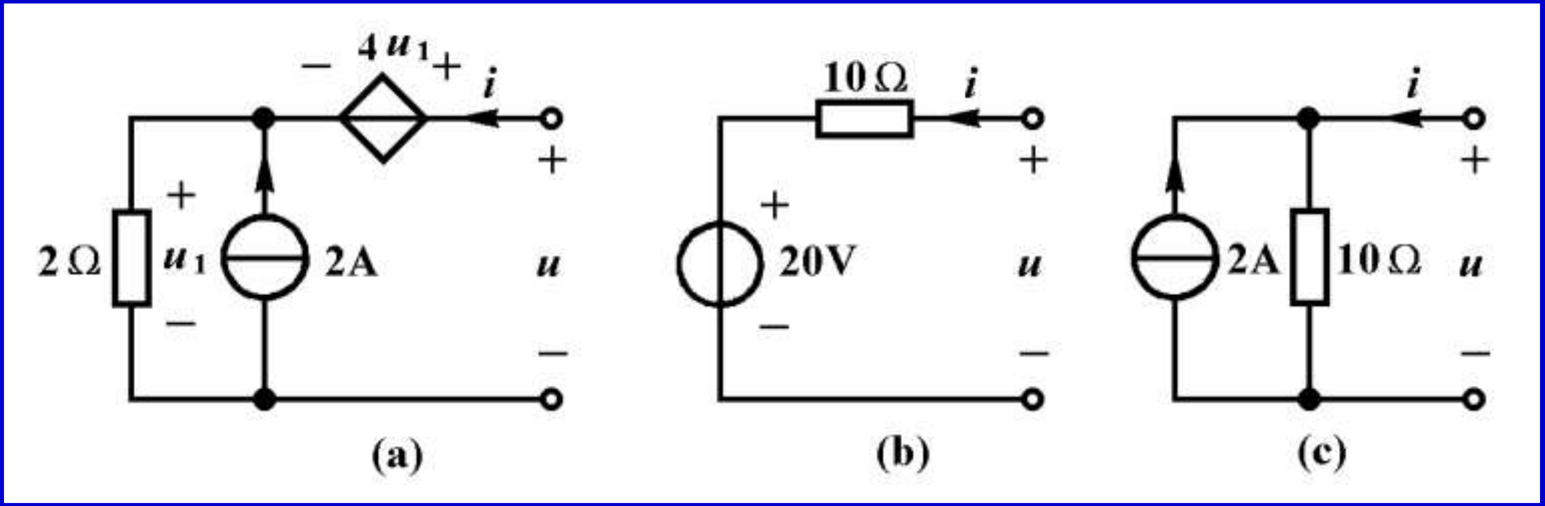


图3－16

求得单口VCR方程为

$$u=(10\Omega)i+20\mathrm{V} \quad \text{或} \quad i=\frac{1}{10\Omega}u-2\mathrm{A}$$

以上两式对应的等效电路为10Ω电阻和20V电压源的串联，如图(b)所示，或10Ω电阻和2A电流源的并联，如图(c)所示。

四、含受控源电路的网孔方程

在列写含受控源电路的网孔方程时，可：

(1) 先将受控源作为独立电源处理；

(2) 然后将受控源的控制变量用网孔电流表示，再经过移项整理即可得到如式(3－

$$\left.\begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= u_{S11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= u_{S22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= u_{S33} \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}5)$$

例3－13 列出图3-17电路的网孔方

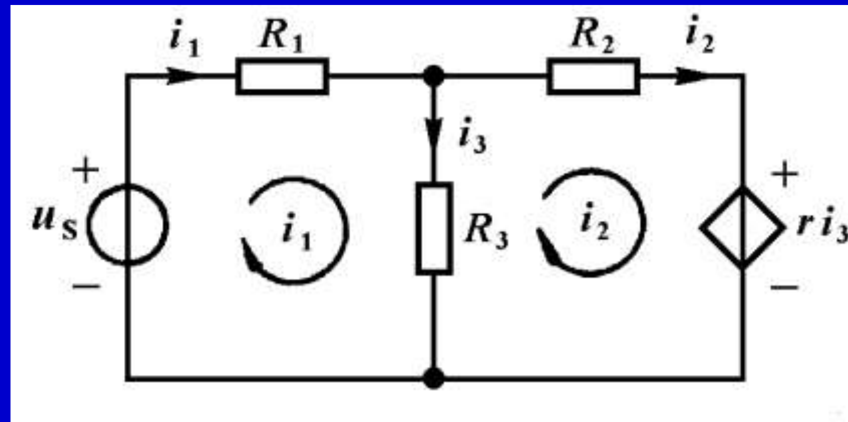


图3－17

解：在写网孔方程时，先将受控电压源的电

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = u_S$$

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 = -ri_3$$

将控制变量i_3用网孔电流表示，即补

$$i_3 = i_1 - i_2$$

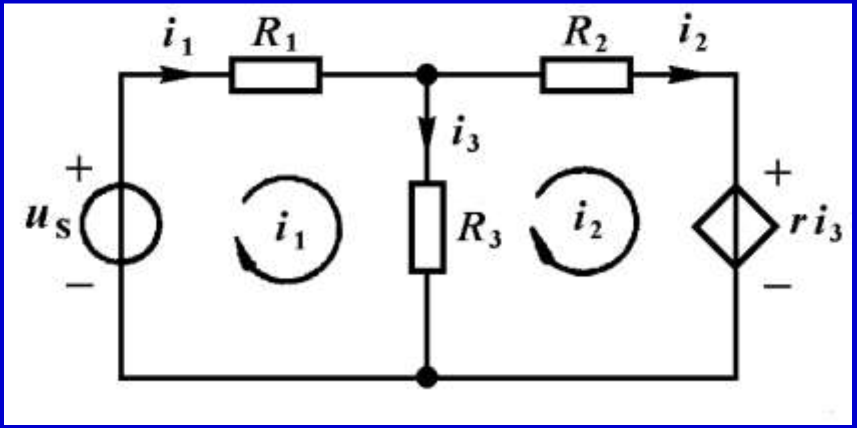


图3—17

代入上式，移项整理后得到以下网

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = u_S$$

$$(r - R_3)i_1 + (R_2 + R_3 - r)i_2 = 0$$

由于受控源的影响,互电阻R_{21}=(r - R_3)

不再与互电阻R_{12}= -R_3相等。自电阻

R_{22}=(R_2+ R_3 - r)不再是网孔全部电阻R_2、R_3

例3－14 图3-18电路中，已知$\mu=1,\alpha=1$。试

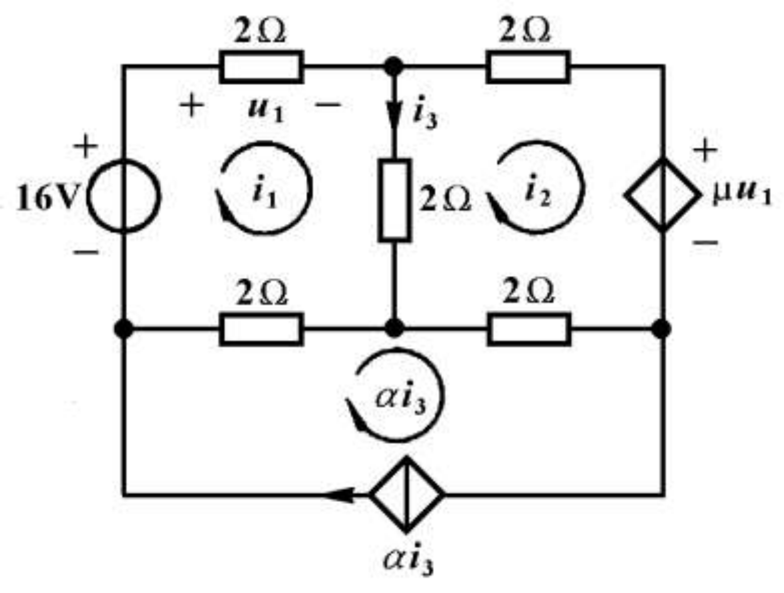


图3－18

解：以i_1, i_2和αi_3为网孔电流，用观察法列出

网孔 1和网孔2

$$(6\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=16\text{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(6\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=-\mu u_1$$

$$(6\Omega)i_1-(2\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=16\text{V}$$

$$-(2\Omega)i_1+(6\Omega)i_2-(2\Omega)\alpha i_3=-\mu u_1$$

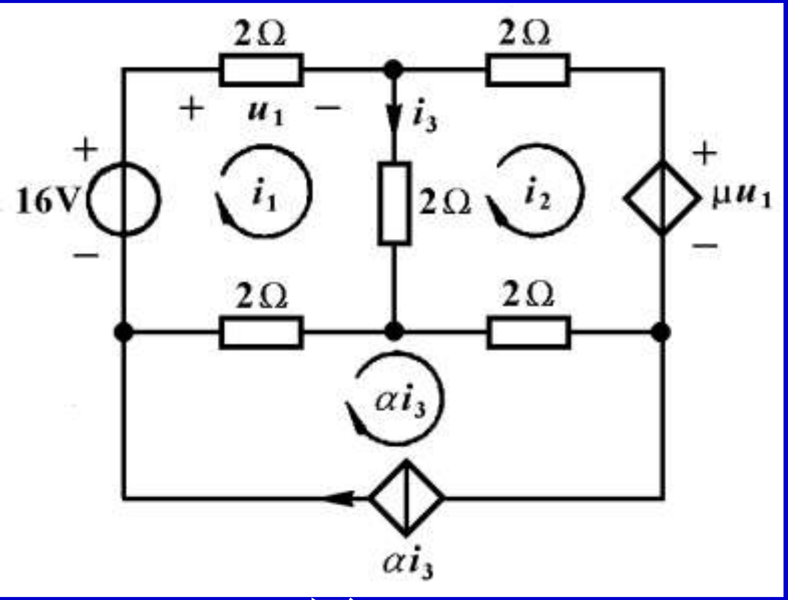


图3－18

补充两个受控源

控制变量与网孔电流i_1和i_2关系

$$u_1=(2\Omega)i_1$$

$$i_3=i_1-i_2$$

代入μ=1,α=1和两个补充方程到网孔方程中，移项整理后得到以下网孔方程：

$$4i_1=16\text{A}$$

$$-2i_1+8i_2=0$$

解得网孔电流i_1=4A, i_2=1A和

五、含受控源电路的结点方程

与建立网孔方程相似，列写含受控源电路的结点方程时，(1) 先将受控源作为独立电源处理；(2) 然后将控制变量用结点电压表示并移项整理，即可得到如式(3－9)形式的结 …… 对于独立 …… 构成电路的结点方程如下所示：

$$\left.\begin{aligned} G_{11}v_1 + G_{12}v_2 + G_{13}v_3 &= i_{S11} \\ G_{21}v_1 + G_{22}v_2 + G_{23}v_3 &= i_{S22} \\ G_{31}v_1 + G_{32}v_2 + G_{33}v_3 &= i_{S33} \end{aligned}\right\} \quad (3-9)$$

例3－15 列出图3-19电路的结点方程

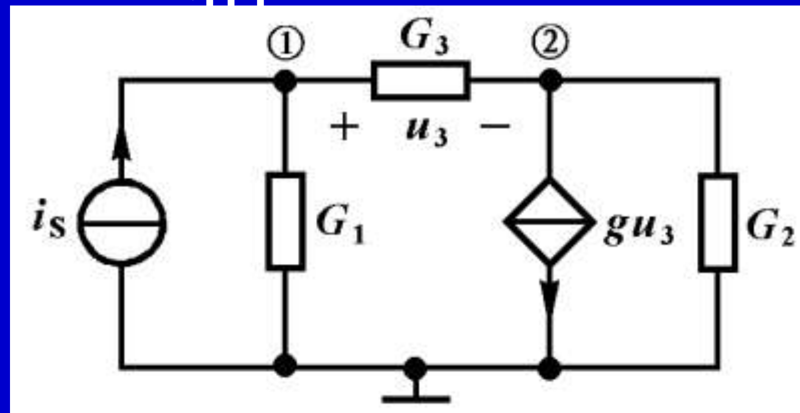


图3－19

解：列出结点方程时，将受控电流源gu_3写

$$(G_1+G_3)u_1-G_3u_2=i_S$$

$$-G_3u_1+(G_2+G_3)u_2=-gu_3$$

补充控制变量u_3与结点电压关系的方程

$$u_3=u_1-u_2$$

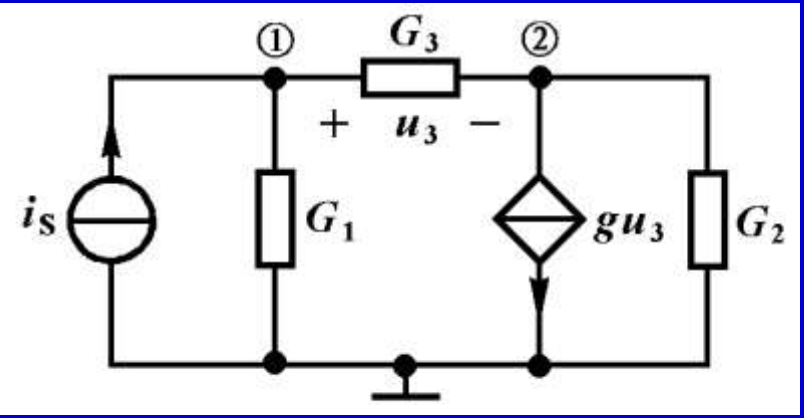


图3－19

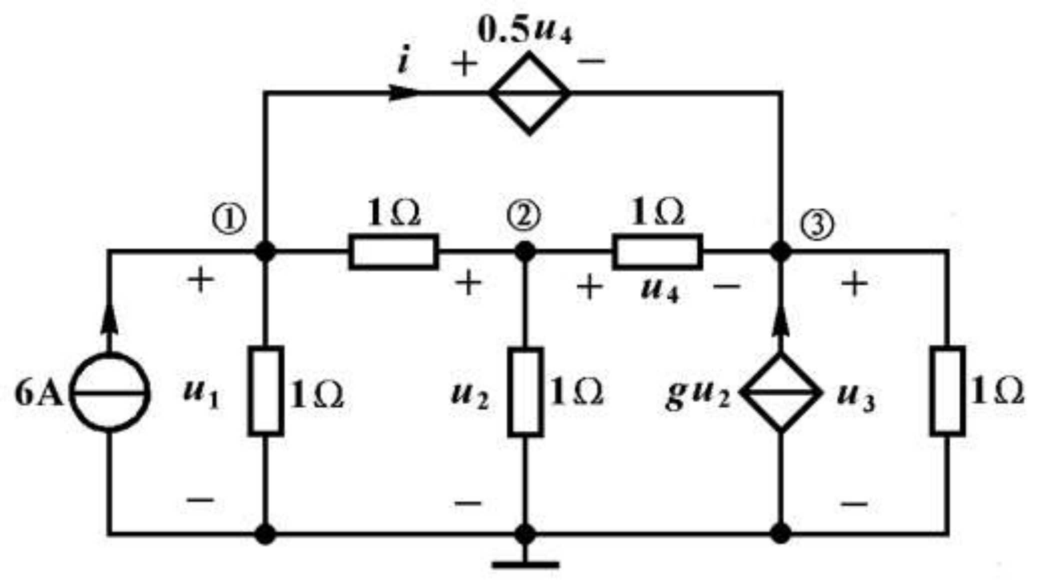
代入上式，移项整理后得到以下

$$(G_1+G_3)u_1-G_3u_2=i_S$$

$$(g-G_3)u_1+(G_2+G_3-g)u_2=0$$

由于受控源的影响，互电导 $G_{21}=(g-G_3)$ 与互电导$G_{12}=-G_3$不再相等。自电导 $G_{22}=(G_2+G_3-g)$ 不再是结点②全部电导之

例3－16 电路如图3-20所示。已知g=2S，求结点电压和受



。

图3－20

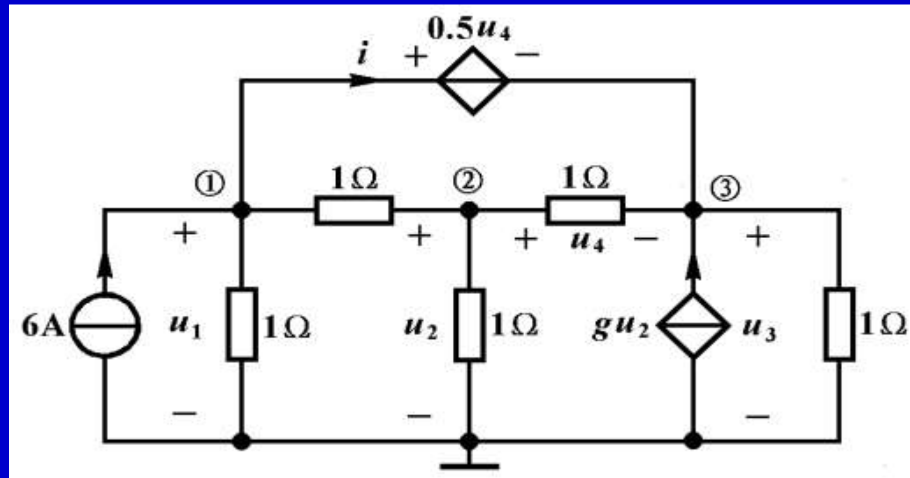


图3－20

解：当电路中存在受控电压源时，应增加电压源电流变量i

$$(2\text{S})u_1-(1\text{S})u_2+i=6\text{A}$$

$$-(1\text{S})u_1+(3\text{S})u_2-(1\text{S})u_3=0$$

$$-(1\text{S})u_2+(2\text{S})u_3-i=gu_2$$

补充方程

$$u_1-u_3=0.5u_4=0.5(u_2-u_3)$$

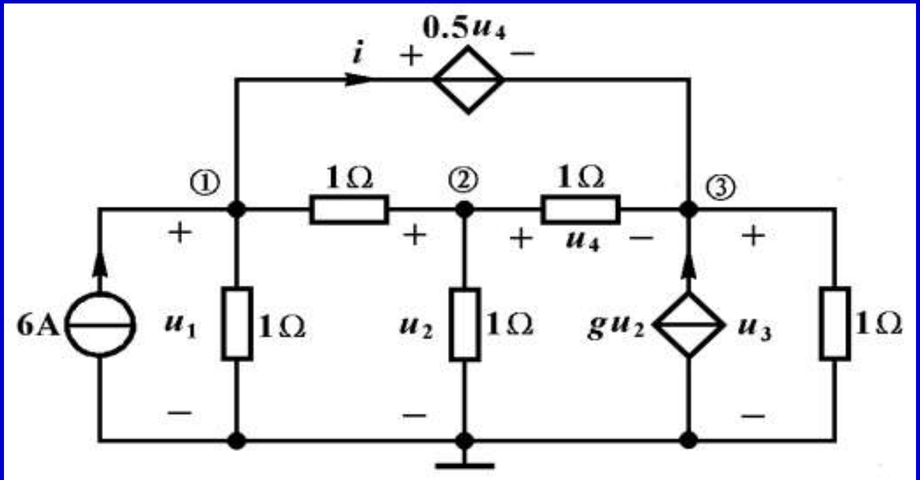


图3－20

代入g=2S,消去电流i，经整理得到以下

$$2u_1 - 4u_2 + 2u_3 = 6\text{V}$$

$$-u_1 + 3u_2 - u_3 = 0$$

$$u_1 - 0.5u_2 - 0.5u_3 = 0$$

求解可得u_1=4V, u_2=3V, u_3=5V。受控电

$$p = u_3(gu_2) = 5 \times 2 \times 3\text{W} = 30\text{W}$$


郁金香

§3—4 回路分析法和割集分析法

本节先介绍利用独立电流或独立电压作变量来建立电路方程的另外两种方法——回路分析法和割集分析法，然后对各种电路分析方法作个总结。

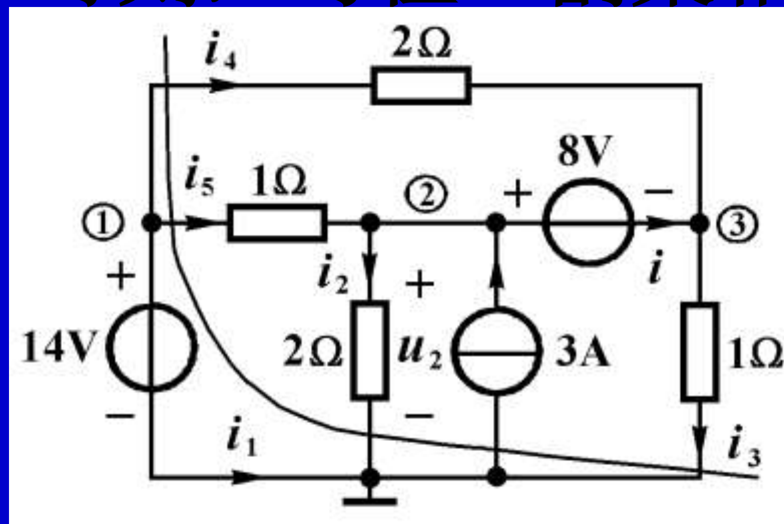
一、图论的几个名词

先介绍图论的几个名词。

1．树(tree)是图论的一个重要概念。图由结点和支路组成，树是连通图中连通全部结点而不形成回路的子图。构成树的支路称为树支，连接树支的支路称为连支。由b条支路和n个结点构成的连通图有n-1条树支和b-n+1条连支。

2．割集(cut set)是图论的另一个重要概念，它是连通图中满足以下两个条件的支路集合

KCL可以用割集来陈述：在集总参数电路中，任一时刻，与任一割集相关的全部支路电

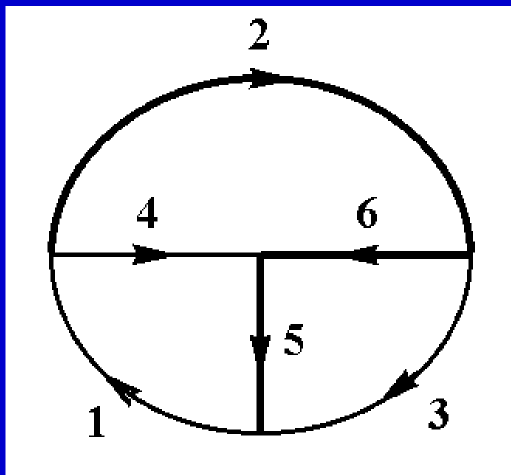


。

例如，按照图示割集可以写出以下KCL方程

$$i_4 + i_5 - i_2 - i_3 = -3\text{A}$$

由一条树支和几条连支构成的割集，称为基本割集。基本割集:{2,4,1},{5,1,3},{6,1,3,4}



基本割集的KCL方程是一组线性无关的方程组

$$i_2 + i_4 - i_1 = 0$$

$$i_5 + i_3 - i_1 = 0$$

$$i_6 + i_3 + i_4 - i_1 = 0$$

2,5,6为树支,1,3,4为连支

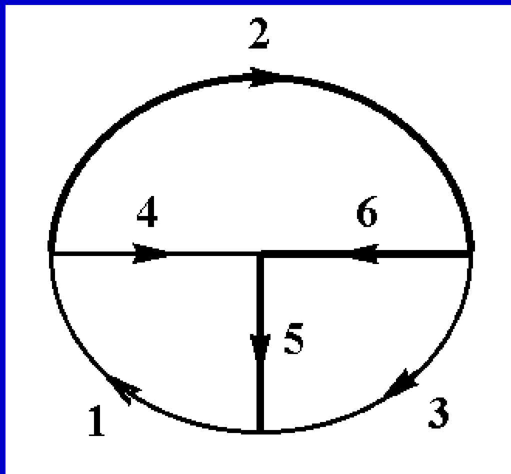
连支电流 i_1， i_3， i_4 是一组独立电流变量

$$i_2 + i_4 - i_1 = 0 \rightarrow i_2 = i_1 - i_4$$

$$i_5 + i_3 - i_1 = 0 \rightarrow i_5 = i_1 - i_3$$

$$i_6 + i_3 + i_4 - i_1 = 0 \rightarrow i_6 = i_1 - i_3 - i_4$$

由一条连支和几条树支构成的回路，称为基本回路。



基本回路:{1,2,6,5},{3,5,6},{4,6,2}

基本回路的KVL方程是一组线性无关的方程组

$$u_1+u_2+u_6+u_5=0$$

$$u_3-u_5-u_6=0$$

$$u_4-u_6-u_2=0$$

2,5,6为树支,1,3,4为连支

树支电压u_2，u_5，u_6是是一组独立电压变量。

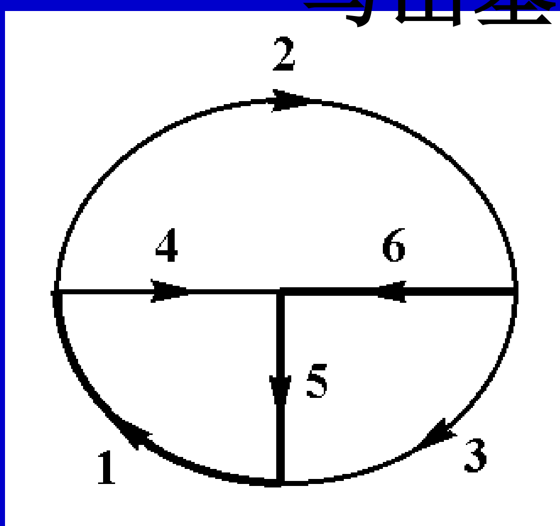
$$u_1+u_2+u_6+u_5=0 \rightarrow u_1=-u_5-u_6-u_2$$

$$u_3-u_5-u_6=0 \rightarrow u_3=u_6+u_5$$

$$u_4-u_6-u_2=0 \rightarrow u_4=u_2+u_6$$

可以证明，*n*-1条树支电压是一组独立电压变量(它们不构成回路)，由此可以导出割集分析法。*b*-*n*+1条连支电流是一组独立电流变量(它们不构成割集)，由此可以导出回路分析法。

练习题：选择1、5、6为树支，2、3、4为连支，写出基本割集和基本回路。



基本割集:{1,4,2},{5,2,4,3},{6,2,3}

基本回路:{2,1,5,6},{4,5,1},{3,5,6}

二、回路分析法

与网孔分析法相似，也可用（b-n+1）个独立回路电流作变量，来建立回路方程。由于回路电流的选择有较大灵活性，当电路存在m个电流源时，假如能够让每个电流源支路只流过一个回路电流，就可利用电流源电流来确定该回路电流，从而可以少列写m个回路方程。网孔分

例3－17 用回路分析法重解图3－5电路，只列

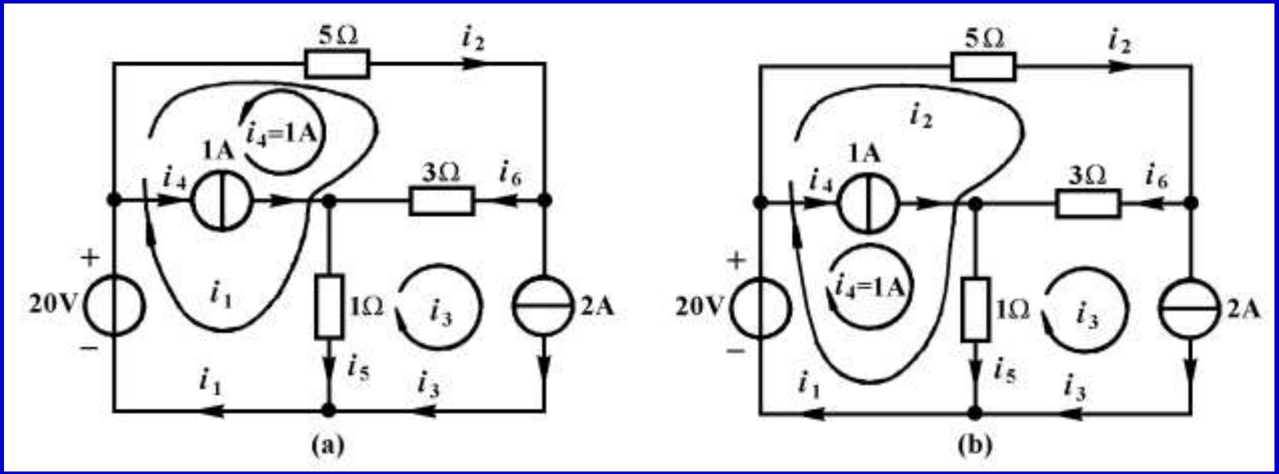


图3－21

解: 为了减少联立方程数目，让1A和2A电流源支路只流过一个回路电流。例如图3－21(a)和(b)所选择的回路电流都符合这个条件。假如选择图3－21(a)所示的三个回路电

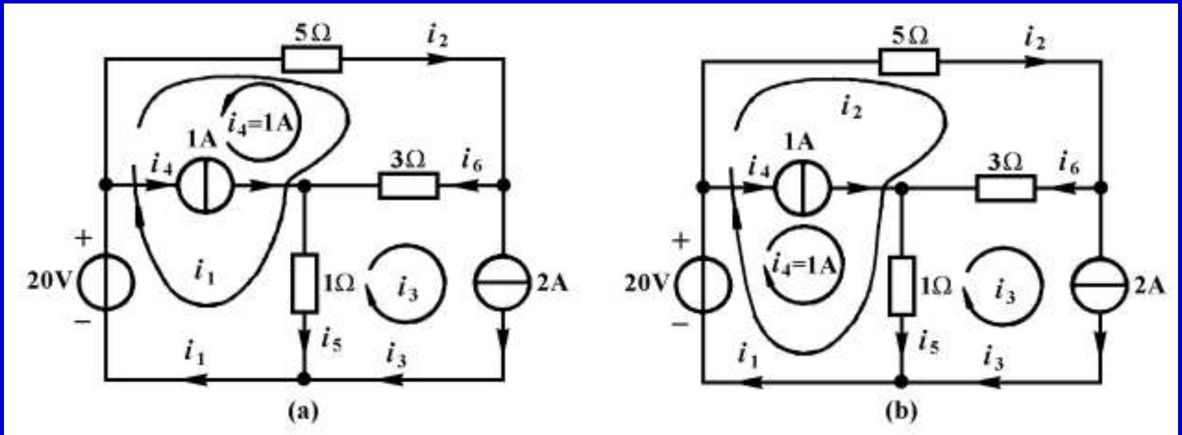


图3－21

用观察法列出电流i_1的回路方程

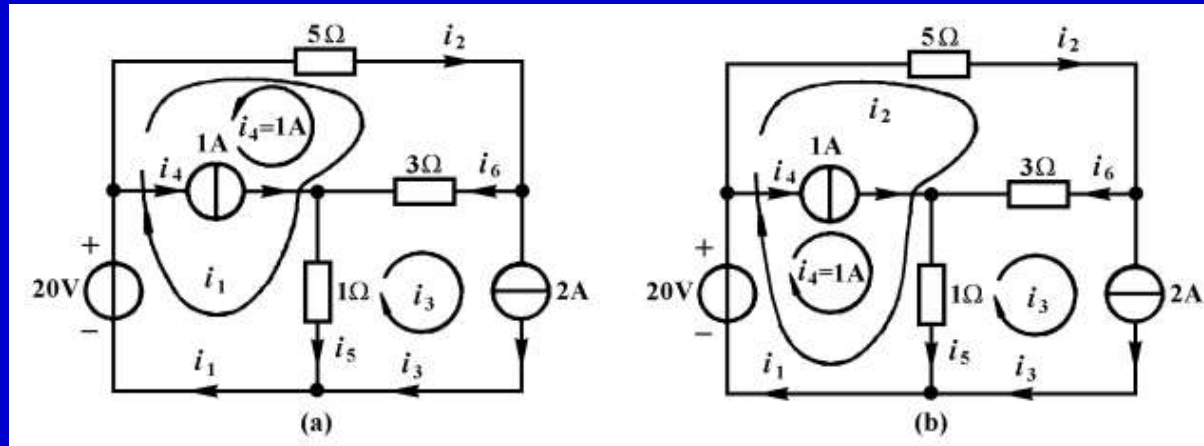
$$(5\Omega+3\Omega+1\Omega)i_1-(1\Omega+3\Omega)i_3-(5\Omega+3\Omega)i_4=20\mathrm{V}$$

代入i_3=2A, i_4=1A，求得电流i_1

$$i_1=\frac{20\mathrm{V}+8\mathrm{V}+8\mathrm{V}}{5\Omega+3\Omega+1\Omega}=4\mathrm{A}$$

根据支路电流与回路电流的关系可以求得

$$i_2=i_1-i_4=3\mathrm{A}\quad i_5=i_1-i_3=2\mathrm{A}\quad i_6=i_1-i_3-i_4=1\mathrm{A}$$



假如选择图3－21(b)所示的三个回路电流i_2，i_3和i_4，由于i_3=2A, i_4=1A成为已知量，只需用观察法列出电流i_2的回路方程

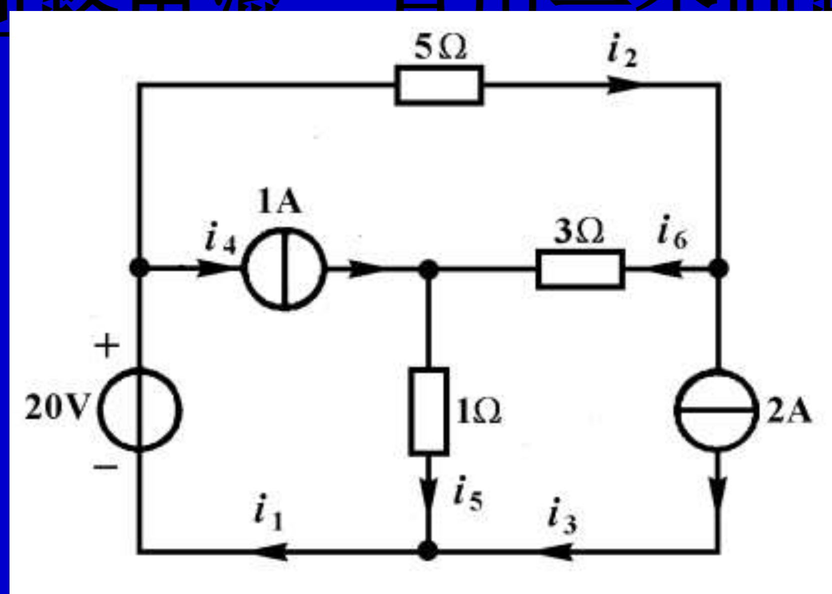
$$(3\Omega+5\Omega+1\Omega)i_2-(1\Omega+3\Omega)\times 2\text{A}+(1\Omega)\times 1\text{A}=20\text{V}$$

求解方程得到电流i_2

$$i_2=\frac{20\text{V}+8\text{V}-1\text{V}}{3\Omega+5\Omega+1\Omega}=3\text{A}$$

练习题1：选择图示电路的i_3，i_4和i_5作为三个回路电流，只用一个回路方程求出电流i_5；

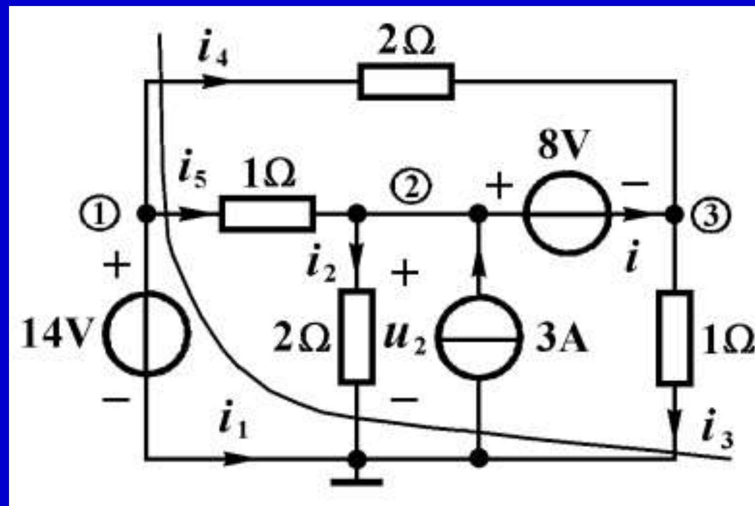
练习题2：选择选择图示电路的i_3，i_4和i_6作为三个回路电流，只用一个回路方程求出



三、割集分析法

与结点分析法用***n*-1**个结点电压作为变量来建立电路方程类似，也可以用***n*-1**个树支电压作为变量来建立割集的**KCL**方程。由于选择树支电压有较大的灵活性，当电路存在***m***个独立电压源时，其电压是已知量，若能选择这些树支电压作为变量，就可以少列***m***个电路方程。

例3－18用割集分析法重解图3－11电路，只列



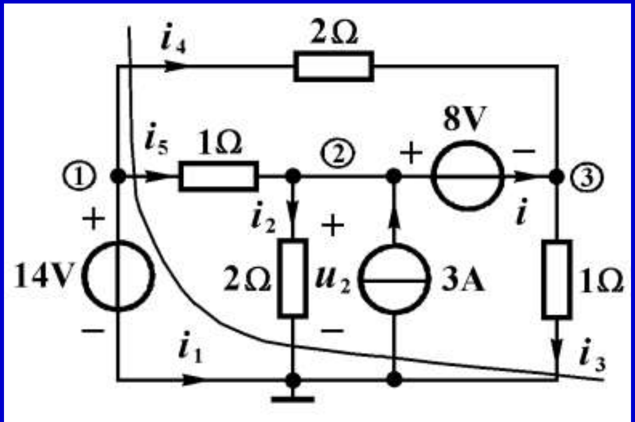
$_2$。

图3－22

解: 为了求得电压u_2，作一个封闭面与支路2及其它电阻支路和电流源支路相交，如图所示，这[illegible]割集，列出该割

$$i_4+i_5-i_2-i_3=-3\text{A}$$

集的KCL方程



$$i_4 + i_5 - i_2 - i_3 = -3\text{A}$$

代入用电压u_2表示电阻电流的VCR方程

$$i_4 = \frac{u_4}{2\Omega} = \frac{1}{2\Omega}(14\text{V} - u_2 + 8\text{V}) \qquad i_5 = \frac{u_5}{1\Omega} = \frac{1}{1\Omega}(14\text{V} - u_2)$$

$$i_2 = \frac{u_2}{2\Omega} \qquad i_3 = \frac{u_3}{1\Omega} = \frac{1}{1\Omega}(-8\text{V} + u_2)$$

得到以下方程

$$\frac{1}{2\Omega}(14\text{V} - u_2 + 8\text{V}) + \frac{1}{1\Omega}(14\text{V} - u_2) - \frac{1}{2\Omega}u_2 - \frac{1}{1\Omega}(-8\text{V} + u_2) = -3\text{A}$$

求解方程得到u_2=12V。

四、电路分析方法回顾

到目前为止，我们已经介绍了2*b*方程法，支路电流法及支路电压法，网孔分析法及回路分析法，结点分析法及割集分析法。其核心是用

网孔方

程

支路电流方程 (*b*-*n*+1)

回路方

程

2*b*方程 (*b*)

结点方

2*b*方程是根据KCL，KVL和VCR直接列出的支路电压和支路电流的约束方程，适用于任何集总参数电路，它是最基本最原始的一组电路方程，由它可以导出其余几种电路方程。

当电路由独立电压源和流控电阻元件组成时，将流控元件的VCR方程{$u=f(i)$}代入KVL方程中，将支路电压转换为支路电流，

由于b个支路电流中，只有b-n+1个独立的电流变量，其它的支路电流是这些独立电流的线性组合。假如将这种线性组合关系代入到支路电流方程组中，就得到以b-n+1个独立电流为变量的KVL方程(网孔方程或回路方程)。假如采用平面电路的b-n+1个网孔电流作为变量，就得到网孔电流方程；假如采用b-n+1个回路电流作为变量，

当电路由独立电流源和压控电阻元件组成时，将压控元件的VCR方程$\{i=f(u)\}$代入KCL方程中，将支路电流转换为支路电压，从而得到用b个支路电压表示的n-1个KCL方程。这些方程再加上原来的b-n+1个KVL方程，就构成以b个支路电压作为变量的支路电压法方程。

由于b个支路电压中，只有n-1个独立的电压变量，其它的支路电压是这些独立电压的线性组合。假如将这种线性组合关系代入到支路电压方程组中，就得到以n-1个独立电压为变量的KCL方程(结点方程或割集方程)。假如采用连通电路的n-1个结点电压作为变量，就得到结点电压方程；假

值得注意的是，当电路中含有独立电流源时，在列写支路电流方程，网孔方程和回路方程时，由于独立电流源不是流控元件，不存在流控表达式$u=f(i)$，这些电流源的电压变量不能从$2b$方程中消去，还必须保留在方程中，成为既有电流和又有电流源电压作为变量的一种混合变量方程。与此相似，当电路中含有独立电压源时，在列写支路电压方程，结点方程和割集方程

从2*b*分析法导出的几种分析方法中，存在着一种对偶关系，支路电流分析与支路电压分析对偶；网孔分析与结点分析对偶；回路分析与割集分析对偶。这些方法对应的方程也存在着对偶的关系，即支路电流方程与支路电压方程对偶；网孔电流方程与结点电压方程对偶；回路方程与割集方程对偶。利用这些对偶关系，可以更好地

由于分析电路有多种方法，就某个具体电路而言，采用某个方法可能比另外一个方法好。在分析电路时，就有选择分析方法的问题。

选择分析方法时通常考虑的因素有 (1) 联立方程数目少; (2) 列写方程比较容易; (3) 所求解的电压电流就是方程变量; (4) 个人喜欢并熟悉的某种方法。

例如2*b*方程的数目虽然最多，但是在

常用网孔分析法和结点分析法来分析复杂电路，这些方法的优点是联立求解的方程数目少和可以用观察电路的方法直接写出联立方程组。一般来说，当电路只含有独立电压源而没有独立电流源时，用网孔分析法显然更容易；当电路只含有独立电流源而没有独立电压源时，用结点分析法显然更容易。必须记住，网孔分析法只

以上谈到的是用“ 笔”算方法分析电路时遇到的几个问题，假若用计算机程序来分析电路，就不必考虑这些问题了，只要将电路元件连接关系和参数的有关数据告诉计算机，计算机就能够自动建立电路方程，并求解得到你所需要的各种计算结果。当你用“ 笔”算分析电路遇到困难时和深入研究某些比较复杂电路的特性时


郁金香

§3—5 计算机分析电路实例

首先介绍如何用计算机程序DCAP来解算电阻电路的习题。再介绍回路分析和割集分析，并对前面介绍的各种电路分析方法作一个总结。

一、计算机辅助电路分析

以前，人们只有用“笔”算方法来分析电路，当电路比较复杂时，列写电路方程和求解电路方程都要花费大量时间。现在，可以利用各种计算机程序来分析电路，只要将电路元件连接关系和参数的有关数据告诉计算机，计算机就能够自动建立电路方程，并求解得到你

例3－19 用结点分析法计算图3－23(a)电

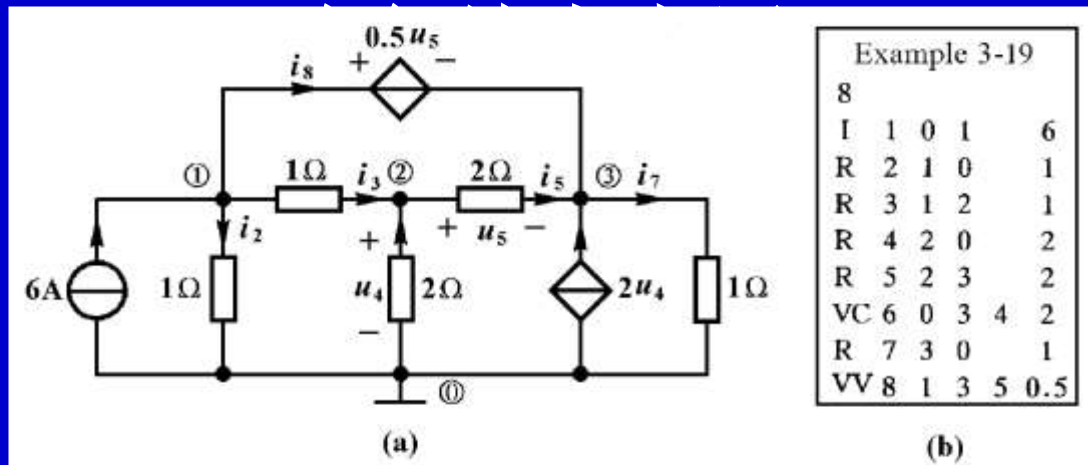


图3－23

解: 图3－23(a)电路的数据如图(b)所示. 运行DCAP程序, 读入这些数据后, 选择建立结点电压方程的菜单， 屏幕上可以显示出计算机建立的改进结点方程和求解出的三

```
*****  改 进 结 点 方 程  *****
 2.00    V1   -1.00    V2   +.000    V3   +1.00    I8 =   6.00
-1.00    V1   +2.00    V2   -.500    V3   +.000    I8 =   .000
 .000    V1   -2.50    V2   +1.50    V3   -1.00    I8 =   .000
 1.00    V1   -.500    V2   -.500    V3   +.000    I8 =   .000
------  结 点 电 压 和 支 路 电 流  ------
V 1=  6.000      V 2=  4.800      V 3=  7.200      I 8= -1.200
```

由于电路中有一个受控电压源，计算机自动增加一个电流来建立方程，由于变量的增加，因此要补充一个受控电

$$\begin{cases} 2V_1 - V_2 + I_8 = 6 \\ -V_1 + 2V_2 - 0.5V_3 = 0 \\ -2.5V_2 + 1.5V_3 - I_8 = 0 \\ V_1 - 0.5V_2 - 0.5V_3 = 0 \end{cases}$$

例3－20用网孔分析法求图3－24(a)电路的网孔电流.

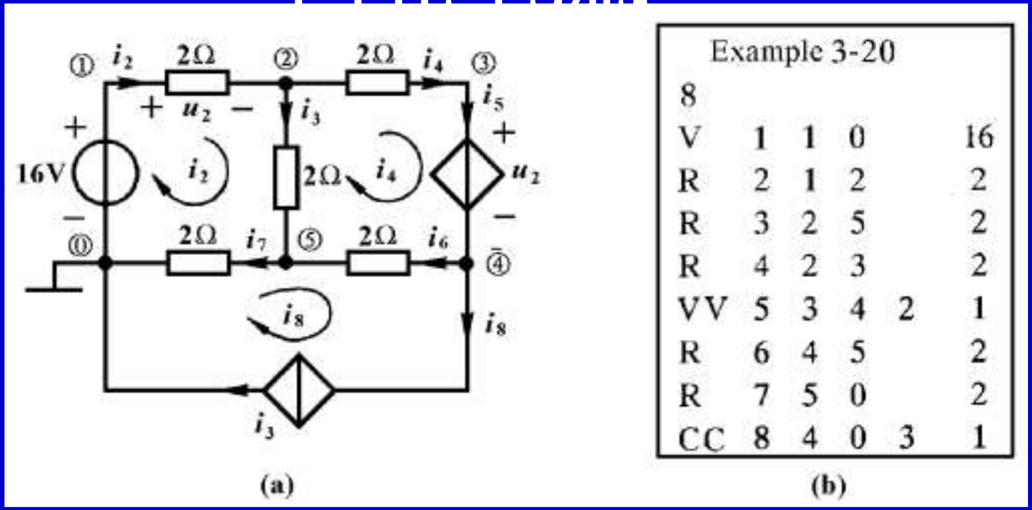


图3－24

解: 用DCAP程序来分析这个电路时, 仍然需要选定一个基准结点(编号为0)。 再根据各结点编号, 各支路编号和电压电流的关联参考方向, 以及各元件参数, 写出

当计算机正确读入这些电路数据, 选择建立网孔或回路方程后, 再选择1 3 5 6 7为树支(即 2 4 8 为连支), 可以得到以下计算结果.

*** 回 路 或 网 孔 电 流 方 程 ***

6.00	I2	-2.00	I4	-2.00	I8 =	16.0
-6.00	I2	+8.00	I4	+.000	I8 =	-16.0
1.00	I2	-1.00	I4	-1.00	I8 =	.000

------ 回 路 电 流 或 网 孔 电 流 ------

I 2= 4.000   I 4= 1.000   I 8= 3.000

选择计算电压、电流和功率的菜单，屏幕上显示一些计算结果：

------ 电 压 ， 电 流 和 功 率 ------

结 点 电 压

V 1= 16.00
V 2= 8.000
V 3= 6.000
V 4= -2.000
V 5= 2.000

编号	类型	数值	支路电压	支路电流	支路吸收功率
1	V	16.00	U 1= 16.00	I 1= -4.000	P 1= -64.00
2	R	2.000	U 2= 8.000	I 2= 4.000	P 2= 32.00
3	R	2.000	U 3= 6.000	I 3= 3.000	P 3= 18.00
4	R	2.000	U 4= 2.000	I 4= 1.000	P 4= 2.000
5	VV	1.000	U 5= 8.000	I 5= 1.000	P 5= 8.000
6	R	2.000	U 6= -4.000	I 6= -2.000	P 6= 8.000
7	R	2.000	U 7= 2.000	I 7= 1.000	P 7= 2.000
8	CC	1.000	U 8= -2.000	I 8= 3.000	P 8= -6.000

各支路吸收功率之和 P = .0000

例3—21 电路如图3—25(a)所示，已知 $u_S = 5V, i_S = 1A, R = 1\Omega, k = 1$

求当负载电阻分别为0Ω, 0.2Ω,0.4Ω,0.6Ω,0.8Ω,1.0Ω时的电

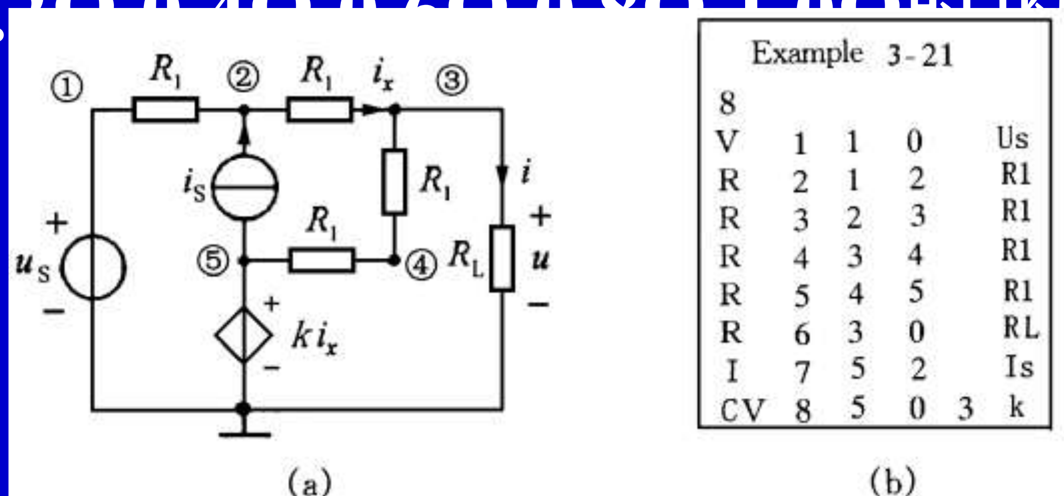


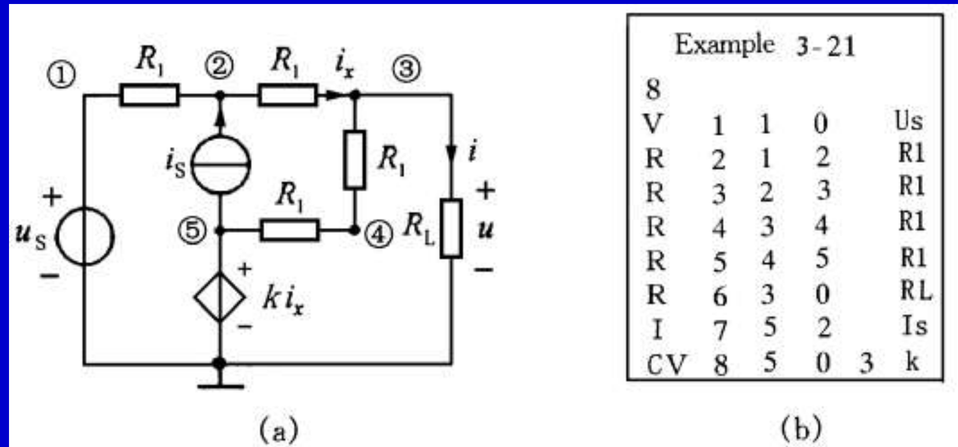
图3—25

解:运行SNAP程序，读入图(b)所示电路数据，可以得到以下计算结果。

```
***** 对 符 号 赋 值 ****

K     =  1.00     R1    =  1.00
Us    =  5.00     Is    =  1.00
----- 结 点 电 压 , 支 路 电 压 和 支 路 电 流 -----

                  18.0        RL
U6      =  ---------------------------------------
             5.00        RL    +4.00

                  18.0
I6      =  ---------------------------------------
             5.00        RL    +4.00
```

根据以上计算结果，得到电压电流和吸收功

$$u_6 = \frac{18R_L}{5R_L + 4} \qquad i_6 = \frac{18}{5R_L + 4} \qquad p_6 = u_6 i_6 = \frac{18^2 R_L}{(5R_L + 4)^2}$$



代入负载电阻值，计算得到电压电流和吸收功率的数值如下表所示

负载电阻/Ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
电阻电压/V	0	0.72	1.2	1.5429	1.8	2
电阻电流/A	6	3.6	3	2.5714	2.25	2
吸收功率/W	0	2.592	3.6	3.967	4.05	4

对功率表达式进行分析后可见，当R_L＝(4/5)Ω=0.8Ω时，获得最大功率p_{max}=4.05W.

摘　　要

1. 网孔分析法适用于平面电路，其方法是

(l)以网孔电流为变量，列出网孔的 KVL方程(网孔方程)。

(2)求解网孔方程得到网孔电流，再用KCL和VCR方程求各支路电流和支路电压。

当电路中含有电流源与电阻并联单口时，应先等效变换为电压源与电阻串联单

2．结点分析法适用于连通电路，其方法是

(l)以结点电压为变量，列出结点KCL方程(结点方程)。

(2)求解结点方程得到结点电压，再用KVL和VCR 方程求各支路电压和支路电流。

当电路中含有电压源与电阻串联的单口时，应先等效变换为电流源与电阻并联单

3．线性时不变受控源是一种双口电阻元件，常用来建立各种电子器件和电子电路的模型。

用观察法列出含受控源电路网孔方程和结点方程的方法是

(l)先将受控源当作独立电源处理。

(2)再将受控源的控制变量用网孔电流或结点电压表示，最后再移项整理


郁金香

*§3－6 树支电压与连支电流法

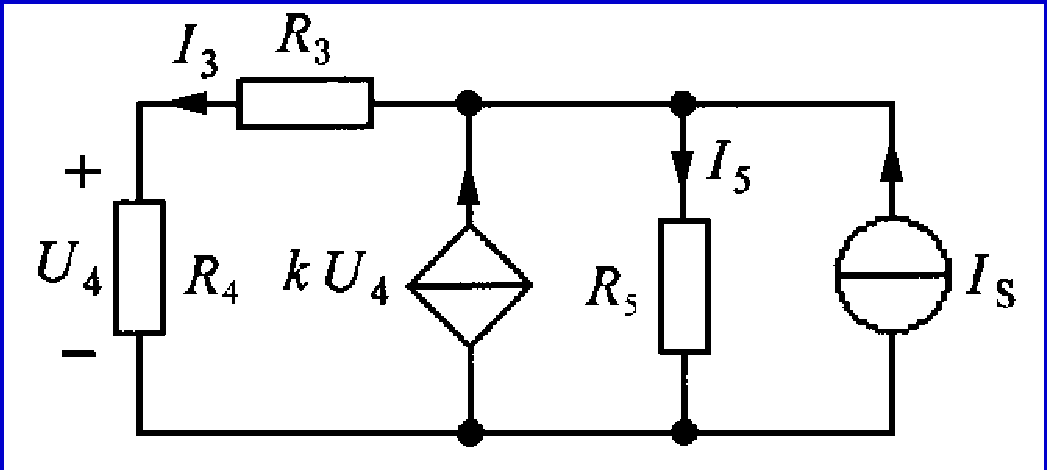
在第三章中介绍了网孔分析、回路分析、结点分析和割集分析等常用的电路分析方法，并且采用通常求解线性代数方程的方法得到电压电流。

为了开扩眼界，培养创新精神，本节介绍采用树支电压与连支电流作为变量的一种分析方法，并采用信号流图来表示和求解电路方程，得到电压和电流。

这种方法可以对电路元件参数采用符号表示的网络进行分析和计算, 计算结果是以全部或部分符号表示的一个公式。

本小节介绍的方法供教师和学生参考，教材中没有介

我们先看图示电路。



用结点分析方法可以得到以下计算结果

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_5}\right)U_5-\left(\dfrac{1}{R_3}+k\right)U_4=I_S \\ \dfrac{1}{R_3}U_5-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)U_5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_4=\dfrac{R_4R_5}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}I_S \\ U_5=\dfrac{R_3R_5+R_4R_5}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}I_S \end{cases}$$

用SNAP程序分析也可以得到相同的结果，如下所示：

元件类型	支路编号	开始结点	终止结点	控制支路	元 件符 号	元 件符 号
I	1	0	1		Is	
VC	2	0	1	4	k	
R	3	1	2		R3	
R	4	2	0		R4	
R	5	1	0		R5	

独立结点数目 = 2　　支路数目 = 5

----- 结 点 电 压 ， 支 路 电 压 和 支 路 电 流 -----

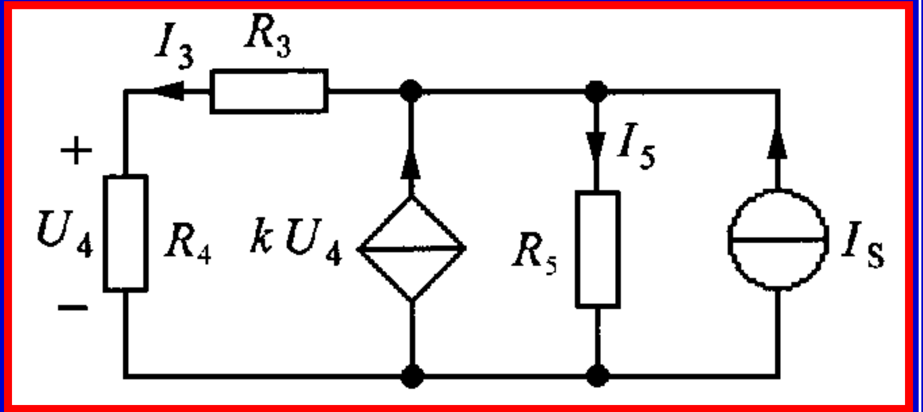
$$U4 = \frac{-R4R5Is}{R4R5k-R5-R4-R3}$$

$$U5 = \frac{-R4R5Is-R3R5Is}{R4R5k-R5-R4-R3}$$

$$I1 = \frac{R4R5kIs-R5Is-R4Is-R3Is}{R4R5k-R5-R4-R3}$$

$$I2 = \frac{-R4R5kIs}{R4R5k-R5-R4-R3}$$

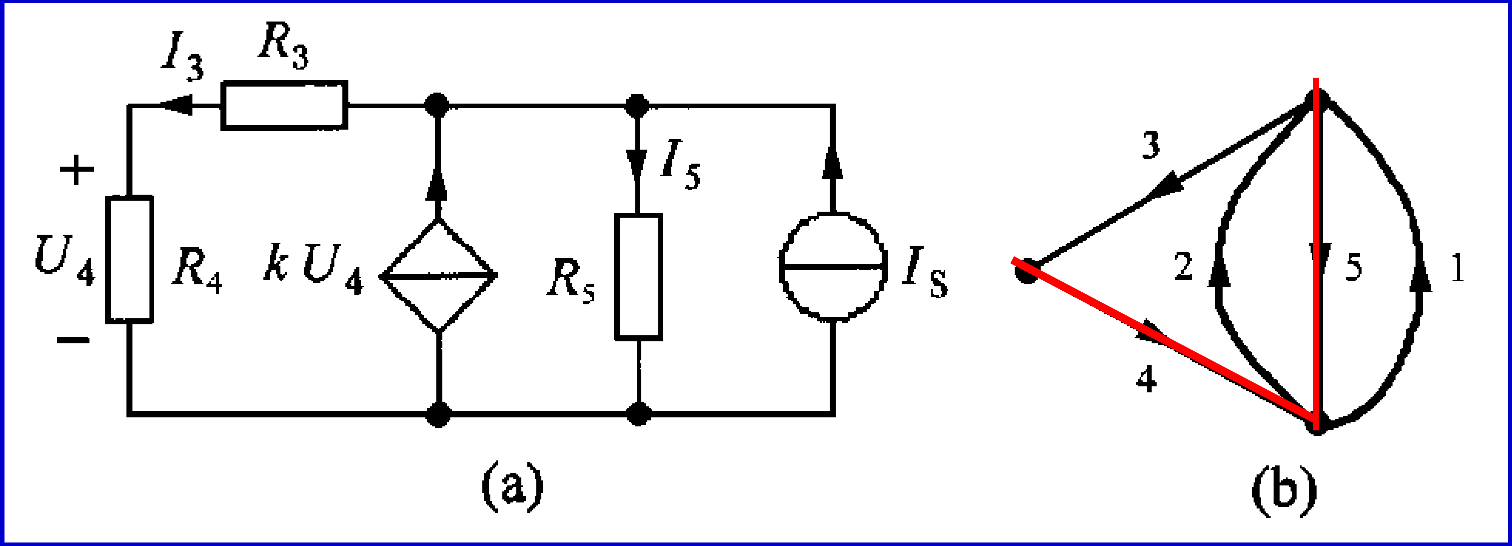
$$I3 = \frac{-R5Is}{R4R5k-R5-R4-R3}$$



一、树支电压与连支电流法

电路分析的基本方法是选择一组电压电流变量来建立电路方程，并求解电路方程得到电压电流。例如支路电流法方程是以支路电流作为变量来建立电路方程；支路电压法方程是以支路电压作为变量来建立电路方程。

我们也可以采用树支电压与连支电流作为变量来建立电路方程。我们知道连通电路全部结点而不形成回路的支路组成一个树，这些树支电压是一组独立的电压变量，已知树支电压可以用KVL求得其余各连支的电压；连支电流是一组独立的电流变量，已知连支电流可以用KCL求得其余各树支的电流。现在举例加以说明



图(a)所示电路的定向图如图(b)所示，选择支路4和5作为树支，则支路1、2、3为连支。由此可以列出KCL和KVL方程，如下所示：

KCL：$I_4 = I_3 \qquad I_5 = I_1 + I_2 - I_3$

KVL：$U_1 = -U_5 \quad U_2 = -U_5 \quad U_3 = U_5 - U_4$

VCR：$I_1 = I_S \quad I_2 = kU_4 \quad I_3 = G_4 U_3 \quad U_4 = R_4 I_4 \quad U_5 = R_5 I_5$

KCL： $I_4 = I_3 \qquad I_5 = I_1 + I_2 - I_3$

KVL： $U_1 = -U_5 \quad U_2 = -U_5 \quad U_3 = U_5 - U_4$

VCR： $I_1 = I_S \quad I_2 = kU_4 \quad I_3 = G_4U_3 \quad U_4 = R_4I_4 \quad U_4 = R_4I_4$

将KCL和KVL代入VCR方程中，得到以下方程组

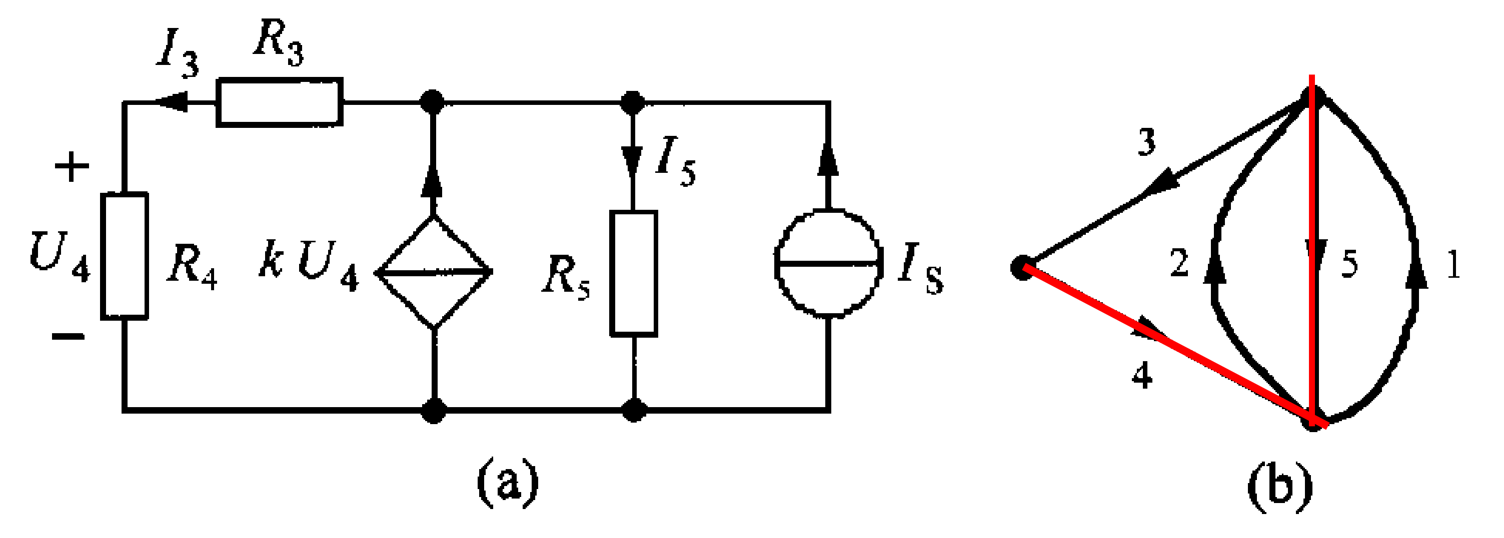
$$\begin{cases} I_1 = I_S \\ I_2 = kU_4 \\ I_3 = G_4U_5 - G_4U_4 \\ U_4 = R_4I_3 \\ U_5 = R_5I_1 + R_5I_2 - R_5I_3 \end{cases}$$

这就是以树支电压和连支电流作为变量的电路方程。

求解以上方程可以得到与结点方程相同的结果。

$$U_4 = \frac{R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5 - R_4 R_5 k} I_S$$

$$U_5 = \frac{R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5 - R_4 R_5 k} I_S$$



可以用观察电路的方法写出以树支电压和连支电流作为变量的电路方程，如下所示。

$$\begin{cases} I_1 = I_S \\ I_2 = kU_4 \\ I_3 = G_3U_5 - G_3U_4 \\ U_4 = R_4I_3 \\ U_5 = R_5I_1 + R_5I_2 - R_5I_3 \end{cases}$$

就电阻而言，可以理解为：树支电压等于电阻乘上同一割集的连支电流的代数和。连支电流等于电导乘上同一回路的树支电压的代数和。

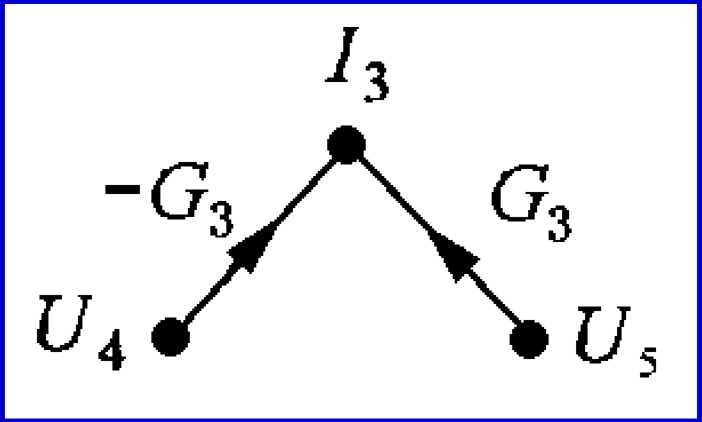
二、用信号流图表示树支电压和连支电流方程

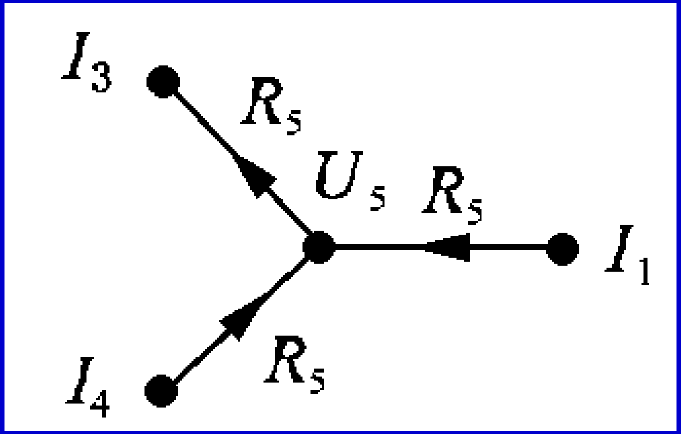
代数方程组可以用信号流图来表示，并采用图论的方法来求解。

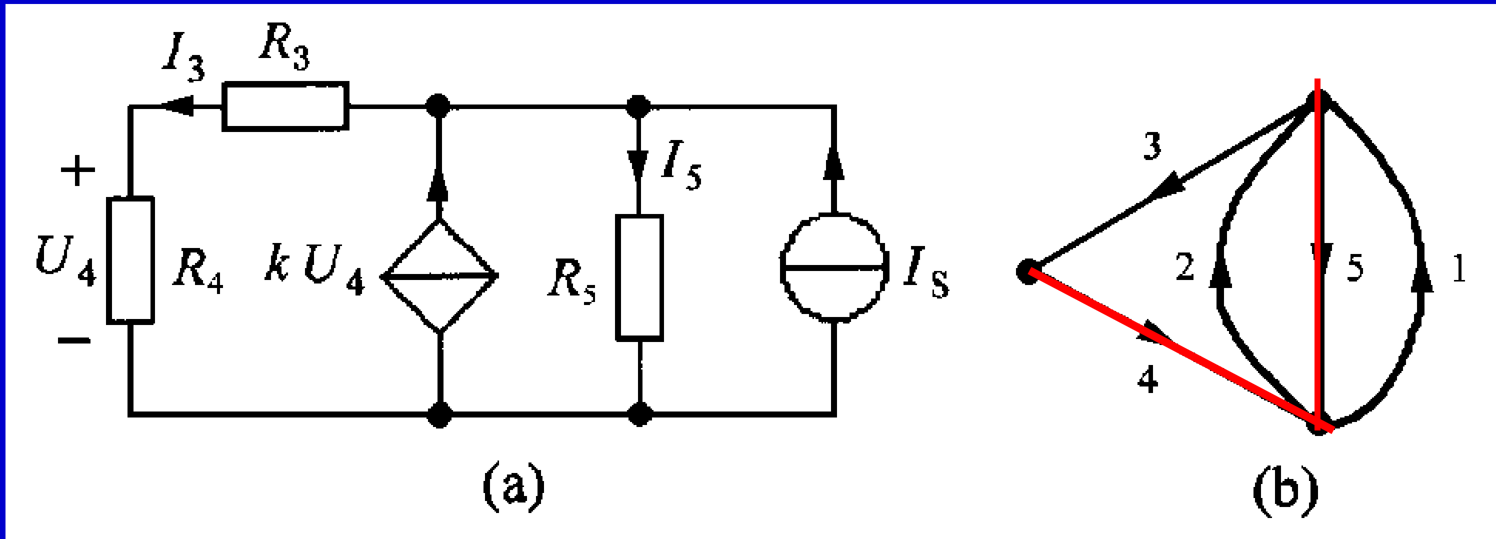
信号流图由一些节点和支路组成，节点代表方程变量，支路代表系数，而节点等于各入射支路增益乘起点变量之和。

例如

$$I_3 = G_3 U_5 - G_3 U_4 \qquad U_5 = R_5 I_1 + R_5 I_4 - R_5 I_3$$

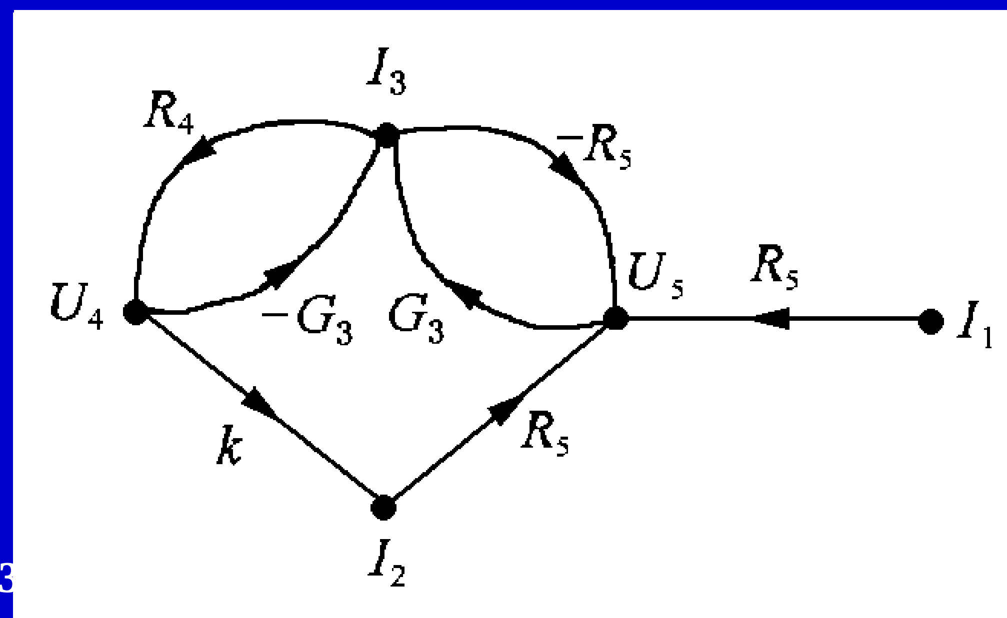






最后根据这组代数方程画出的信号流图如下所示：

$$
\begin{cases}
I_1 = I_S \\
\underline{I_2 = kU_4} \\
\underline{I_3 = G_3U_5 - G_3U_4} \\
\underline{U_4 = R_4I_3} \\
\underline{U_5 = R_5I_1 + R_5I_2 - R_5I_3}
\end{cases}
$$

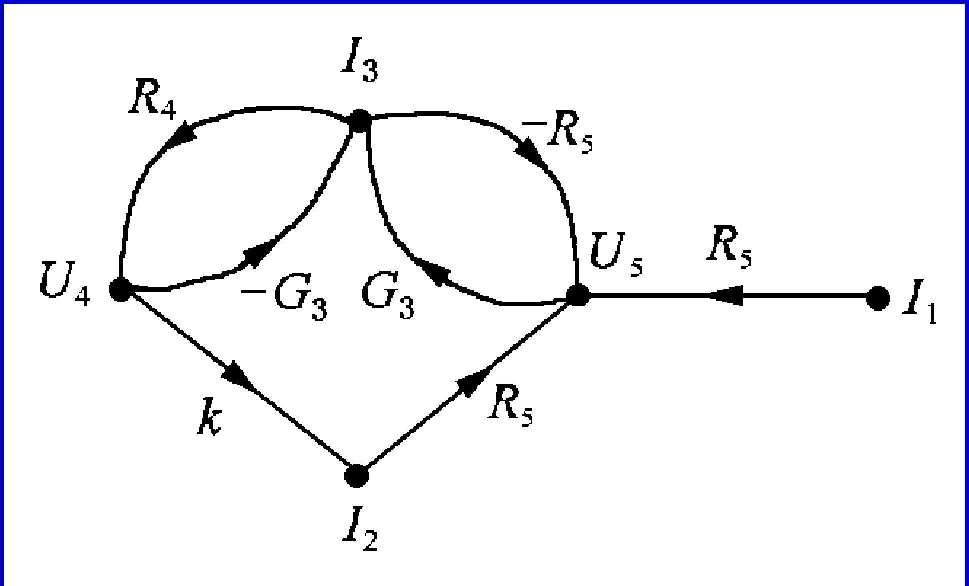


这个信号流图可以用观察电路图的方法直接画出来。

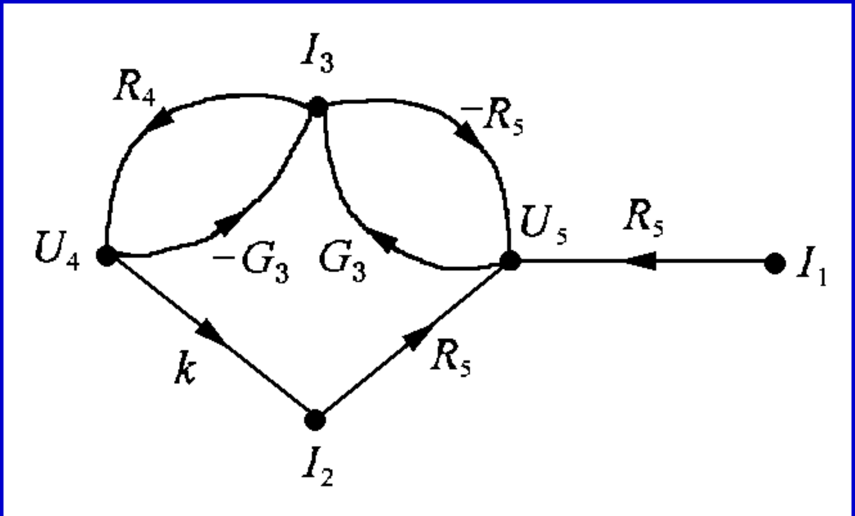
三、用梅森公式求解信号流图

根据梅森公式，输出电压(电流)与输入电压(电流)之比等于

$$H=\frac{x_o}{x_i}=\frac{\sum_{i=1}^{m}P_i\Delta_i}{\Delta}$$



其中 $\Delta=1-(-1)^j\sum_k L_{k,j}=1-\sum_k L_{k,1}+\sum_k L_{k,2}-\sum_k L_{k,3}+\cdots$



L表示信号流图的回路，上图有三个一阶回路，即

$$\sum_k L_{k,1} = L_1 + L_1 + L_1$$

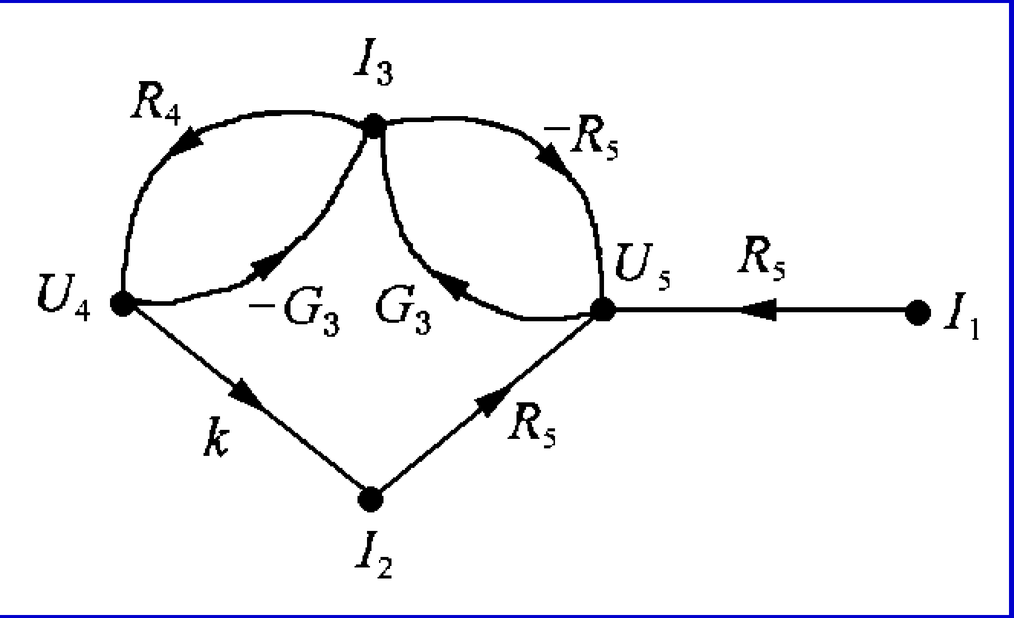
$$= -G_3R_4 - G_3R_5 + G_3R_4R_5k$$

$$\Delta = 1 - \sum_k L_{k,1}$$

$$= 1 + G_3R_4 + G_3R_5 - G_3R_4R_5k$$

$$= \frac{R_3 + R_4 + R_5 - R_4R_5k}{R_3}$$

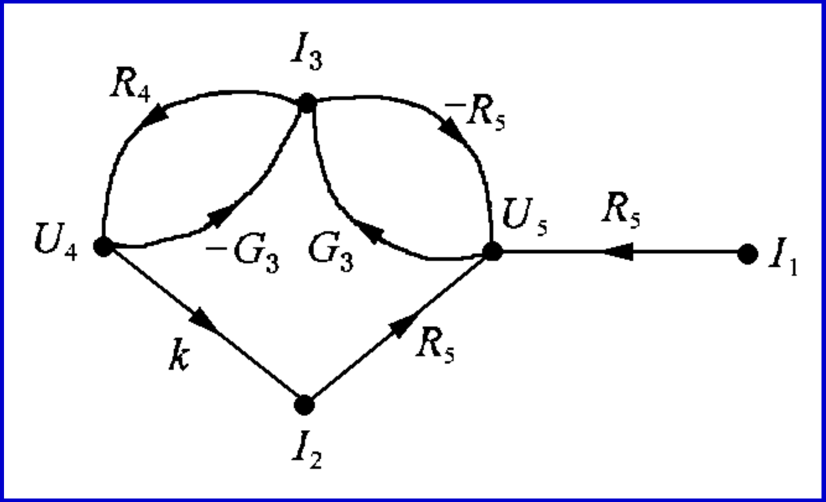
$$H=\frac{x_o}{x_i}=\frac{\sum_{i=1}^{m}P_i\Delta_i}{\Delta}$$



分子中的P_i表示由输入节点到输出节点正向通路增益之乘积。例如由节点I_1到节点U_5的$P=R_5$。

分子中的Δ_i表示移去通路后所得到子图的行列式，例如移去由节点I_1到节点U_5的通路后子图的行列式为

$$\Delta=1-\sum_k L_{k,1}=1+G_3R_4$$



例如由节点I_1到节点U_5的$P=R_5$。移去由节点I_1到节点U_5的通路后子图的行列式为

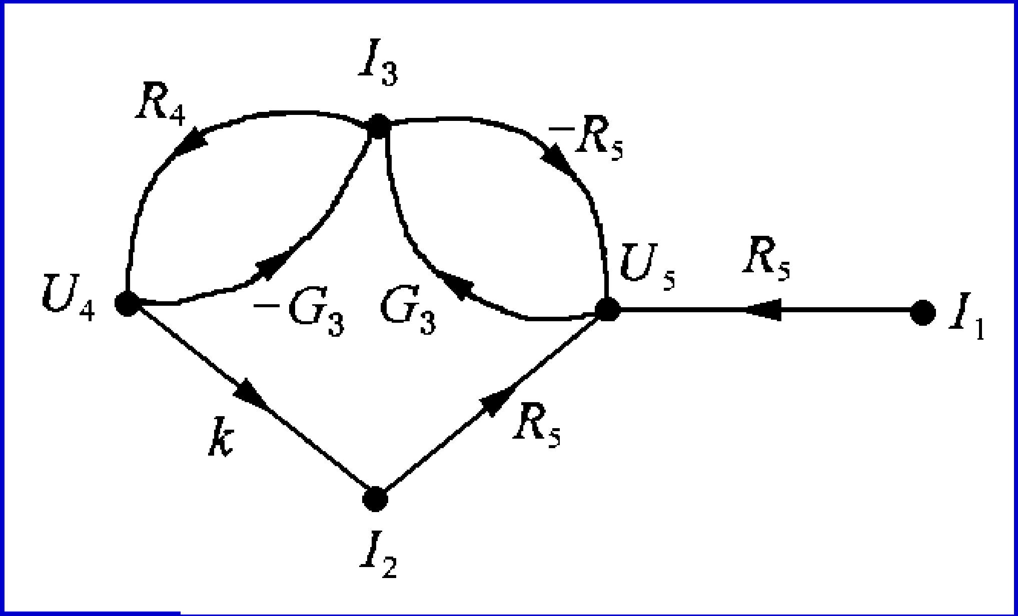
$$\Delta = 1 - \sum_k L_{k,1} = 1 + G_3 R_4$$

由此求得

$$\frac{U_5}{I_1} = \frac{R_5(1+G_3R_4)}{1+G_3R_4+G_3R_5-G_3R_4R_5k}$$

$$= \frac{R_5(R_3+R_4)}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}$$

$$H=\frac{x_o}{x_i}=\frac{\sum_{i=1}^{m}P_i\Delta_i}{\Delta}$$



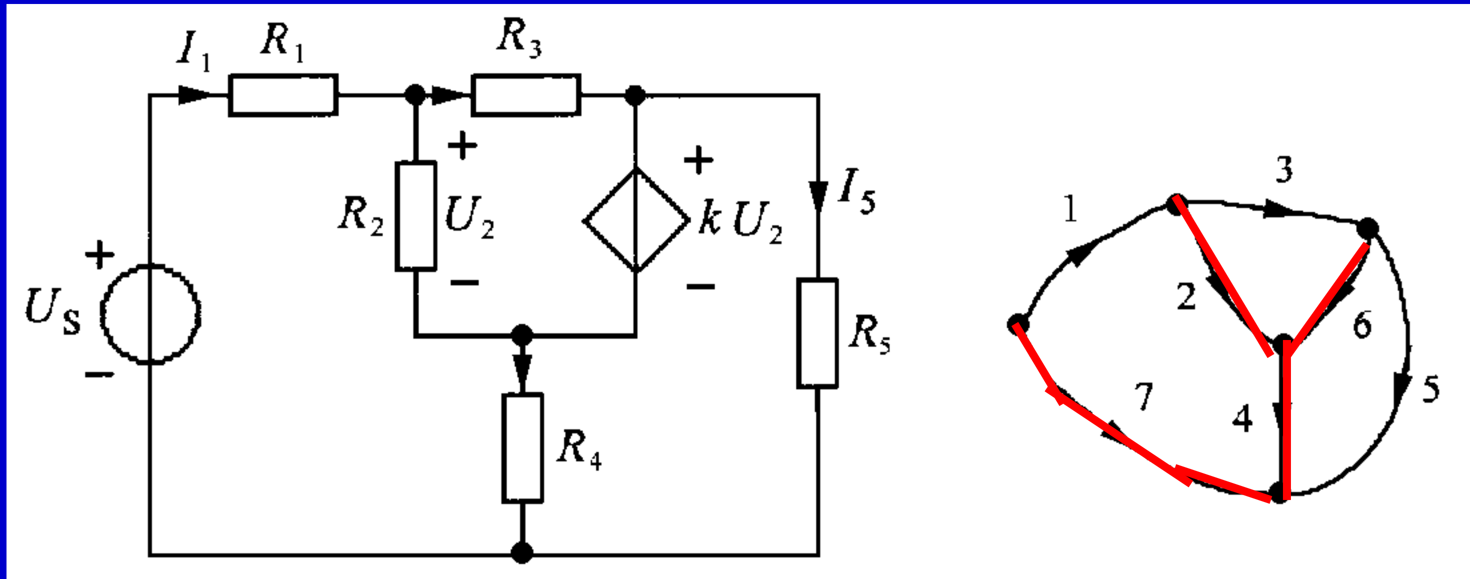
用同样的方法可以求得

$$\frac{U_4}{I_S}=\frac{U_4}{I_1}=\frac{R_5G_3R_4}{1+G_3R_4+G_3R_5-G_3R_4R_5k}=\frac{R_4R_5}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}$$

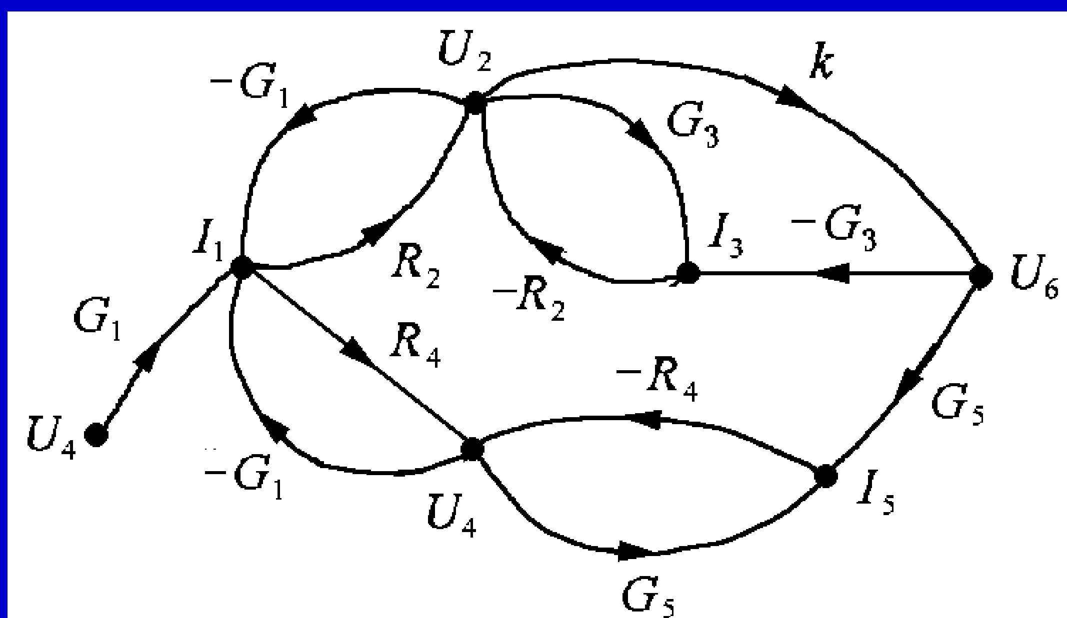
$$\frac{I_2}{I_S}=\frac{I_2}{I_1}=\frac{R_5G_3R_4k}{1+G_3R_4+G_3R_5-G_3R_4R_5k}=\frac{R_4R_5k}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}$$

$$\frac{I_3}{I_S}=\frac{I_3}{I_1}=\frac{R_5G_3}{1+G_3R_4+G_3R_5-G_3R_4R_5k}=\frac{R_5}{R_3+R_4+R_5-R_4R_5k}$$

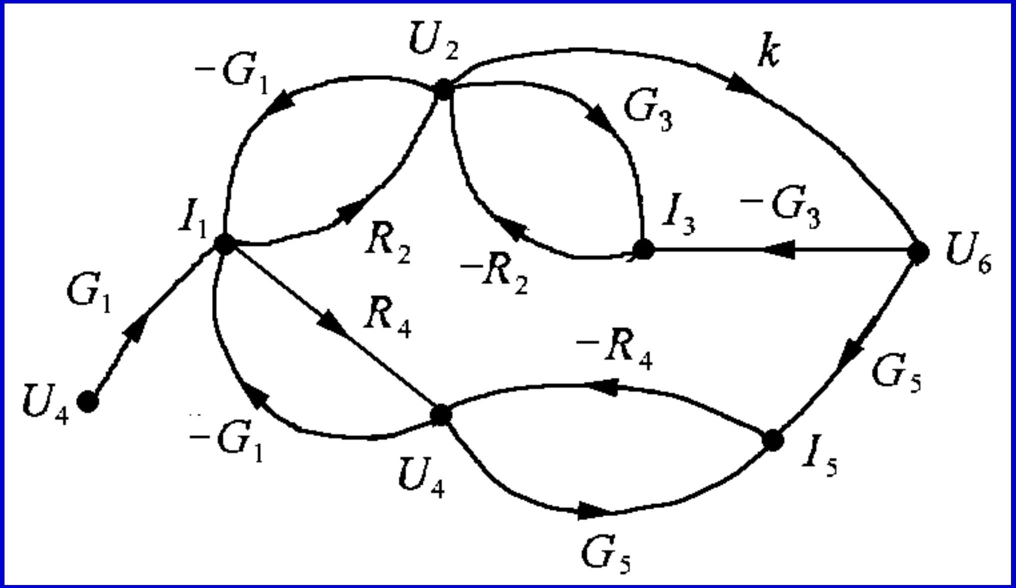
画出下面图示电路的信号流图，并求解出I_1



(a) (b)



2

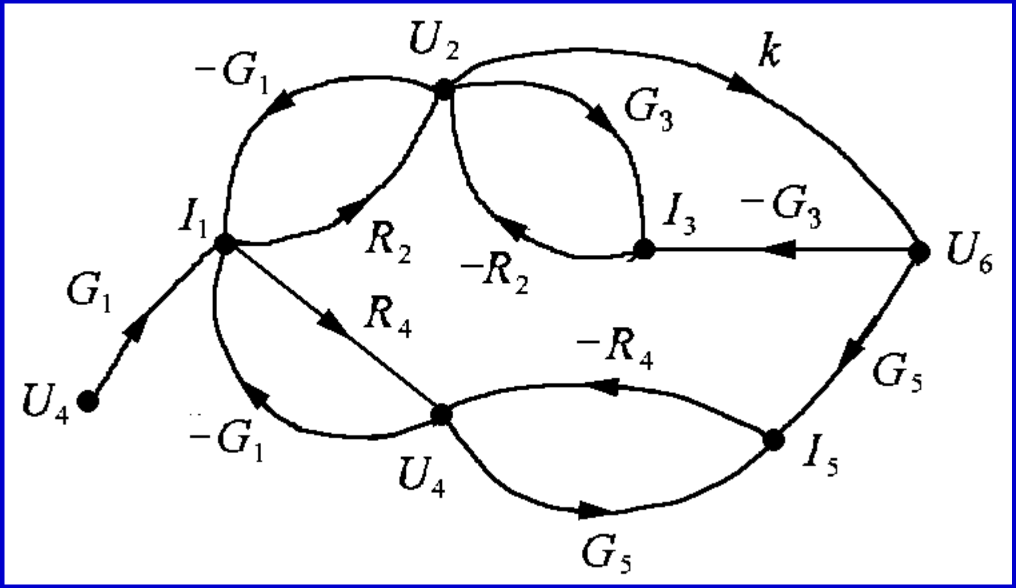


1

先求信号流图的行列式，该图有6个一阶回路，即

$$\sum_k L_{k,1} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$$

$$= -G_1 R_4 + G_1 R_2 R_4 G_5 k - G_1 R_2 - G_3 R_2 k - G_3 R_2 - G_5 R_4$$

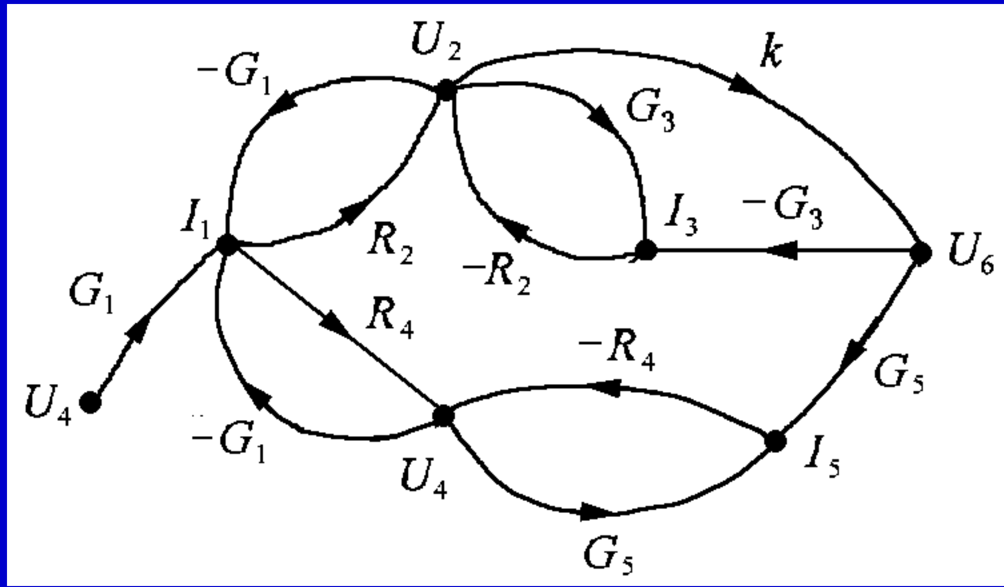


该图有5个二阶不接触回路，即

$$\sum_k L_{k,2} = L_1L_4 + L_1L_5 + L_3L_6 + L_4L_6 + L_5L_6$$

先求信号流图的行列式为

$$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3+L_4+L_5+L_6)$$
$$+L_1L_4+L_1L_5+L_3L_6+L_4L_6+L_5L_6$$

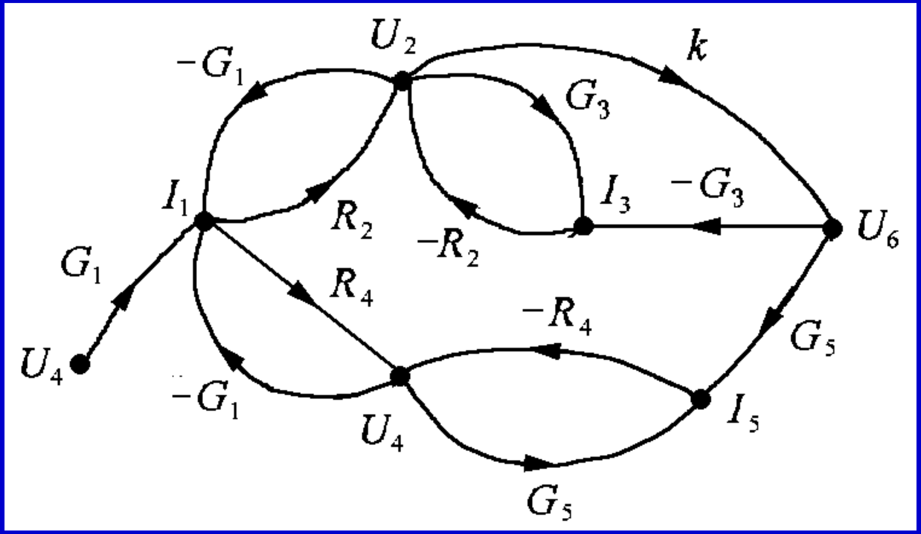


现在求电流I_1，由U_7到I_1的通路增益乘积$P=G_1$，移去通路后子图的行列式为

$$\Delta_1=1-(L_4+L_5+L_6)+L_4L_6+L_5L_6$$

最后求得

$$\frac{I_1}{U_S}=\Delta_1=\frac{1-(L_4+L_5+L_6)+L_4L_6+L_5L_6}{\Delta}$$



$$\frac{I_1}{U_S} = \Delta_1 = \frac{1-(L_4+L_5+L_6)+L_4L_6+L_5L_6}{\Delta}$$

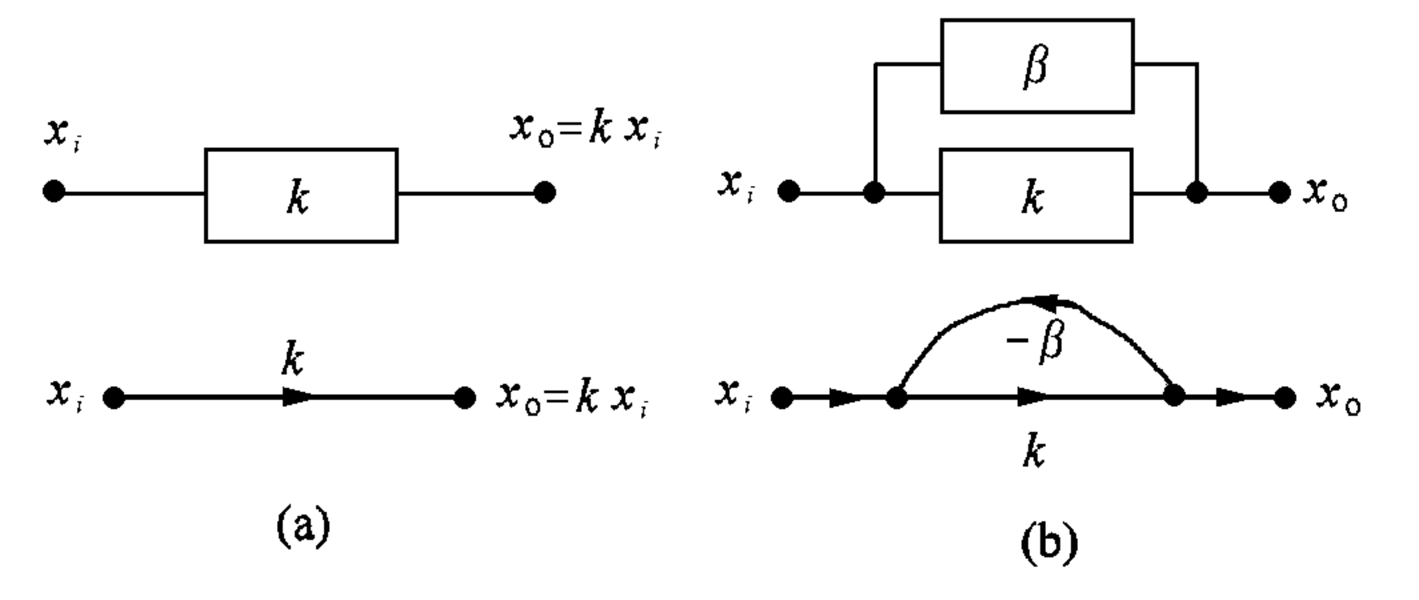
假设$R_1 = R_3 = R_5 = 1\Omega$，$R_2 = R_4 = 2\Omega$，则

$L_1 = -2$，$L_2 = 4$，$L_3 = -2$，$L_4 = -2k$，$L_5 = -2$，$L_6 = -2$

最后求得

$$\frac{I_1}{U_S} = \frac{9-6k}{21-14k} = \frac{3}{7} \qquad 即 R_i = \frac{U_S}{I_1} = \frac{7}{3}\Omega$$

信号流图以及梅森公式在研究反馈放大器时得到广泛应用。图(a)表示增益为k的放大器，图(b)表示在增益为k的放大器上加上反馈网络，其增益的计算容易用信号流图以及梅森公式求得



$$\frac{x_o}{x_i}=k$$

$$\frac{x_o}{x_i}=\frac{k}{1+k\beta}$$


郁金香